

**Electrónica de potencia**

Manual de asignatura

**Sistema de Universidades  
Tecnológicas**

**ELECTRICIDAD Y ELECTRÓNICA INDUSTRIAL**

Programa 2004

## Créditos

**Elaboró:** M.C. José Luis Ocampo Casados

**Revisó:** Comisión revisora.  
M.C. Juan Almazán Covarrubias.  
M.C. Rubén Loredó Amaro  
M.D. Julio Cesar Martínez Gámez

**Colaboradores:** -----

**Autorizó:** M.C. Juan Almazán Covarrubias.

## Contenido

### Objetivo general

Aprender los métodos de control de velocidad de cd y ca, así como los inversores de frecuencia y variadores de velocidad.

### Habilidades por desarrollar en general

Escribir la habilidad propuesta que se debe desarrollar en esta asignatura.

		Teoría	Horas Práctica	Total	Página
I	Rectificación de potencia	2	5	7	2
II	Sistemas retroalimentados	6	6	12	X
III	Control de motores de cd	6	20	26	X
IV	Control de motores de ca	8	22	30	X

# Rectificación de potencia

## Objetivo particular de la unidad

Identificar y describir las características de los tipos de rectificación de potencia

## Habilidades por desarrollar en la unidad

Entender el uso y principios de la rectificación de potencia.

## Saber en la Teoría (2 hrs.)

### 1.1.- RECTIFICACIÓN MONOFÁSICA NO CONTROLADA.

Todos sabemos que el voltaje eléctrico es generado y distribuido en forma de voltaje alterno a una frecuencia de 60 Hz. Debido a razones prácticas es necesario realizar la conversión de corriente alterna a corriente continua, esto se puede llevar a cabo mediante diodos rectificadores.

#### - Rectificación de media onda.

Esto se puede realizar con un circuito simple conocido como rectificador de media onda, el cual cambia el voltaje senoidal a una onda de voltaje pulsante como se muestra en la figura 1.1.

**Figura 1.1.** Circuito rectificador de media onda.

Mientras que el voltaje de entrada  $U_i$  de la figura 1.1b tiene un valor promedio de cero, el voltaje de salida de la figura 1.1c tiene un voltaje promedio de salida igual a  $0.3 U_{i\max}$ , pero en este caso el voltaje no es perfectamente continuo.

Colocando un capacitor en paralelo con la carga R1 podemos obtener un voltaje muy cercano al voltaje constante.

Durante el tiempo en que el voltaje pasa desde cero hasta su voltaje máximo  $U_{\text{imax}}$  el diodo conduce y el capacitor se carga, después cuando el voltaje pasa desde el voltaje máximo  $U_{\text{imax}}$  a cero el capacitor se descarga a través de R1, si el tiempo de descarga ( $t_{\text{discharge}}$ ) es lo suficientemente largo, mayor que el periodo de la onda, el voltaje de salida resulta ser casi constante.

Por lo tanto si  $t_{\text{discharge}} = R1 \cdot C1$ , es necesario que:

$R1 \cdot C1 \gg T = 1/f$ , de lo cual deducimos que:  $C1 \gg 1/(R1 \cdot f)$

Donde  $f$  representa la frecuencia del voltaje de entrada.

Los voltajes de salida para  $C1 \gg 1/(R1 \cdot f)$  y para  $C1 = 1/(R1 \cdot f)$  son representados en la figura 1.2a y 1.2c respectivamente. De ambas figuras deducimos que entre mayor sea el capacitor, el voltaje de salida es mucho más cercano al voltaje constante, generalmente este voltaje de salida se representa como una señal continua a la cual se le ha superpuesto una pequeña ondulación o voltaje de rizo (denotada por  $r$ ) que es el factor de relación entre el valor efectivo de la componente alterna y el valor medio del voltaje continuo a la salida del filtro.

$$r = \frac{U_{\text{ref}}}{U_{\text{av}}} \quad \text{donde}$$

$$U_{\text{ref}} = \frac{U_{\text{rpp}}}{2\sqrt{3}} \cong 0.3 U_{\text{rpp}}$$

Figura 1.2.- Voltajes y corrientes de salida para diferentes valores del capacitor C.

Se intuye que este factor es mucho mas pequeño entre mas grande sea el valor capacitor, así como el periodo de esta señal. Al mismo tiempo en el diodo se presentan algunos picos de amplitud de corriente como se muestra en la figura 1.2c, este método de rectificación es muy simple y presenta algunas desventajas las cuales mencionaremos a continuación:

- a) Eficiencia muy baja debido a que el circuito es usado solo para media onda.
- b) Toda la potencia es soportada por un solo diodo, el cual debiera ser del tamaño apropiado.
- c) La calidad del voltaje de salida presenta una gran ondulación residual, especialmente para pequeñas cargas resistivas, las cuales demandan un capacitor de salida muy grande.

Estas desventajas se pueden resolver en parte por medio del rectificador de onda completa.

#### - Rectificación de onda completa

El rectificador de onda completa es usado durante el periodo total del voltaje de entrada, reduce considerablemente el voltaje de rizo y mejora el voltaje de salida continuo. Considere por ejemplo el circuito de la figura 1.3, donde el voltaje de salida del generador  $U_i$  es aplicado a los puntos 1 y 2.

En esta situación el diodo  $V_1$  esta directamente polarizado y el diodo  $V_2$  inversamente polarizado, de forma que la corriente fluye a través de  $V_1$  y la carga resistiva  $R_1$ , cuando la polaridad cambia el diodo  $V_2$  conduce.

**Figura 1.3.** Rectificador de onda completa sin transformador.

En esta configuración ambas medias ondas son usadas pero con una amplitud  $U_{\text{imax}} / \pi$  como se muestra en la figura 1.4.

Para esta configuración se supone que podemos obtener factores de rizo mas bajos y que cada diodo tiene que soportar un voltaje inverso igual a  $U_{\text{imax}}$ , que es aproximadamente igual al doble del voltaje continuo de salida.

**Figura 1.4.** Voltaje de entrada y salida del rectificador de onda completa

En el rectificador de onda completa de la figura 1.3, la resistencia R presenta la desventaja de quitarle potencia a la carga, pero si usamos un transformador con derivación central como se ilustra en la figura 1.5, esta desventaja desaparece.

**Figura 1.5.** Rectificador de onda completa con transformador en derivación central.

El transformador presenta en el secundario tres terminales en el cual la derivación central esta aterrizada y el voltaje es dividido en dos partes iguales, motivo por el cual el valor del voltaje depende naturalmente de la relación de transformación como se muestra a continuación el la figura 1.6.

**Figura 1.6.** Voltaje de salida con transformador en derivación central.

De tal manera que en la salida obtenemos una forma de onda rectificada, cuyo valor medio es el doble del valor medio del rectificador de media onda:

$$U_{aw} = \frac{2U_{imax}}{\pi} = 0.6U_{imax}$$

La frecuencia de la señal en la carga es el doble de la que obtendríamos con un rectificador de media onda y en este caso es posible hacer que la forma de onda de salida sea mucho mas continua usando un capacitor de valor apropiado. También es posible realizar este tipo de rectificadores utilizando un puente de diodos.

**Rectificador de puente de diodos**

Utilizaremos el circuito mostrado en la figura 1.7. conocido como rectificador de puente de diodos.

**Figura 1.7.** Circuito rectificador puente de diodos.

Cuando el punto 1 esta en el potencial positivo, el flujo de corriente pasa a través del diodo V1 que se encuentra directamente polarizado y la carga resistiva R1 para ir a través del diodo V3 hacia el transformador como se muestra en la figura 1.8, los diodos V2 y V4 no conducen ya que ellos se encuentran polarizados inversamente.

**Figura 1.8.** Trayectoria de la corriente durante el semiciclo positivo en un rectificador de onda completa con puente de diodos.



Por otro lado tenemos el caso contrario, cuando el punto 2 está al potencial positivo y la corriente fluye a través del diodo V2, la carga resistiva R1 y el diodo V4 como se muestra en la figura 1.9, los diodos V1 y V3 no conducen porque se polarizaron inversamente.

La carga resistiva R1 es atravesada por la corriente siempre en la misma dirección y en este caso también se obtiene una onda rectificadora que puede ser hecha continua a través de un capacitor.

**Figura 1.9.** Trayectoria de la corriente durante el semiciclo negativo en un rectificador de onda completa con puente de diodos.

Observemos la representación gráfica ilustrada en la figura 1.10

En un rectificador de onda completa, con un capacitor de capacidad apropiada,  $U_{\text{mdc}}$  tiene un valor muy cercano al voltaje pico rectificado  $U_{\text{imax}}$ .

$$U_{\text{mdc}} = \left(1 - \frac{0.005}{R1C1}\right) U_{\text{imax}} \quad \text{de manera que } U_{\text{mdc}} = U_{\text{imax}}$$

La selección apropiada del capacitor puede ser efectuada de la siguiente manera:

$$r = \frac{U_{\text{ref}}}{U_{\text{av}}} = \frac{1}{2\sqrt{3} f R1 C1}$$

En el caso de un rectificador de onda completa  $f = 120\text{Hz}$  (que es el doble de la frecuencia de la potencia de línea) el rizo será:

$$r = \frac{0.003}{R1 C}; \quad C1 = \frac{0.003}{R1 r}$$

Figura 1.11.- Símbolo eléctrico de un puente de diodos.

El Puente de diodos con un capacitor como filtro, tiene un voltaje de salida continuo igual a  $U_{\text{imax}}$ ; es fácil verificar que cada diodo tiene que ser capaz de soportar un voltaje inverso igual a su valor.

La situación es por lo tanto mejor que en el circuito de la figura 1.3, al igual que en el rectificador con derivación central, donde como hemos visto, los diodos tienen que soportar un voltaje inverso igual al doble del voltaje de salida. Después de todo, el rectificador de media onda es el mejor por su simplicidad; aprovechando solo media onda el factor de rizo es demasiado alto.

El rectificador de onda completa asegura un mejor voltaje continuo. El Puente de diodos es mejor que el rectificador de transformador con derivación central por su bajo

costo y su pequeña carga de salida; además, los diodos soportan también la mitad del voltaje inverso de salida.

Sin embargo el rectificador con transformador en derivación central tiene las siguientes ventajas: Mientras que en el circuito tipo puente la carga esta en serie con dos diodos, en el rectificador con transformador la carga esta en serie solo con un diodo; por lo tanto la potencia de disipación es el doble en el primer caso que en el segundo. El rectificador con transformador puede llegar a ser el mejor en el caso de grandes corrientes.

## **Voltajes trifásicos**

La generación y transmisión de potencias eléctrica son más eficientes en sistemas polifásicos que emplean combinaciones de dos, tres o más voltajes sinusoidales. Además los circuitos y las maquinas polifásicas poseen ciertas ventajas únicas. Por ejemplo, la potencia transmitida en un circuito trifásico es constante o independiente del tiempo en vez de pulsante, como en un circuito monofásico. Así mismo, los motores trifásicos arrancan y funcionan mucho mejor que los monofásicos. La forma más común de un sistema polifásico utiliza tres voltajes balanceados de igual magnitud y desfasados en 120 grados como se muestra en la figura 1.12.

Un generador de CA elemental consta de un magneto giratorio y un devanado fijo. Las vueltas del devanado se distribuyen por la periferia de la maquina.

El voltaje generado en cada espira del devanado esta ligeramente desfasado del generado por él más próximo, debido a que la densidad máxima de flujo magnético la corta un instante antes o después. Si el primer devanado se continuara alrededor de la maquina, el voltaje generado en la ultima espira estaría desfasado 180 grados de la primera y se cancelarían sin ningún efecto útil. Por esta razón, un devanado se distribuye comúnmente en no más de un tercio de la periferia; los otros dos tercios se pueden ocupar con dos devanados mas, usados para generar otros dos voltajes similares.

Un circuito trifásico genera, distribuye y utiliza energía en forma de tres voltajes, iguales en magnitud y simétricos en fase. Las tres partes similares de un sistema trifásico se llaman fases. Como el voltaje en la fase A alcanza su máximo primero, seguido por la fase B y después por la C se dice que la rotación de fases es ABC. Esta es una

convención arbitraria; en cualquier generador, la rotación de fases puede invertirse, si se invierte el sentido de rotación

Figura 1.12.- Voltajes trifásicos.

Para el siguiente circuito de rectificación trifásica de media onda realizar:

- a) Con  $R_L = 330\Omega$ , observar la onda de tensión  $V_L$  sobre dicha carga. Medir los valores máximo, mínimo y medio de la tensión.
- b) Observar la onda de tensión  $V_D$  sobre un diodo y medir su valor inverso máximo.
- c) Observar la onda de corriente  $i_D$  y medir su valor máximo.
- e) Filtrando la tensión de salida con  $C = 2.2\mu F$ , observar el efecto en  $V_L$  y en la corriente por los diodos  $V_D$ .

Para el siguiente circuito de rectificación trifásica de onda completa realizar:

Con  $R_L = 330\Omega$  y  $C = 2.2\mu F$ , observar las tensiones resultantes  $V_1$  y  $V_2$  en las cargas y comparar sus valores con la amplitud de la tensión de fase de excitación.

## 1.2.- RECTIFICACIÓN TRIFÁSICA CONTROLADA

Dentro de la familia de dispositivos pnpn, el rectificador controlado de silicio (SCR) es, sin duda, el de mayor interés hoy en día, y fue presentado por primera vez en 1956 por los Bell Telephone Laboratories. Algunas de las áreas más comunes de aplicación de los SCR incluye controles de relevador, circuitos de retardo de tiempo, fuentes de alimentación reguladas, interruptores estáticos, controles de motores, recortadores, inversores, cicloconvertidores, cargadores de baterías, circuitos de protección, controles de calefacción y controles de fase.

En años recientes han sido diseñados SCR para controlar potencias tan altas de hasta 10 MW y con valores individuales tan altos como de 2000 A a 1800 V. Su rango de frecuencia de aplicación también ha sido extendido a cerca de 50 kHz, lo que ha permitido algunas aplicaciones de alta frecuencia.

### Operación Básica del Rectificador Controlado de Silicio

Como su nombre lo indica, el SCR es un rectificador construido con material de silicio con una tercera terminal para efecto de control. Se escogió el silicio debido a sus capacidades de alta temperatura y potencia. La operación básica del SCR es diferente de la del diodo semiconductor de dos capas fundamental, en que una tercera terminal, llamada compuerta, determina cuándo el rectificador conmuta del estado de circuito abierto al de circuito cerrado. No es suficiente sólo la polarización directa del ánodo al cátodo del dispositivo. En la región de conducción la resistencia dinámica el SCR es típicamente de 0.01 a 0.1  $\Omega$ . La resistencia inversa es típicamente de 100 k  $\Omega$  o más.

El símbolo gráfico para el SCR se muestra en la figura 1.14, y las conexiones correspondientes a la estructura de semiconductor de cuatro capas en la figura 1.15.

Figura 1.14. Construcción básica del SCR.

Figura 1.15. Símbolo del SCR.

### Características y Valores Nominales del SCR

En la figura 1.16 se proporcionan las características de un SCR para diversos valores de corriente de compuerta.

Figura 1.16. Características del SCR.

Las corrientes y voltajes más usados se indican en las características.

1. Voltaje de ruptura directo  $V(BR) F^*$  es el voltaje por arriba del cual el SCR entra a la región de conducción. El asterisco (\*) es una letra que se agregará dependiendo de la condición de la terminal de compuerta de la manera siguiente:

O = circuito abierto de G a K

S = circuito cerrado de G a K

R = resistencia de G a K

V = Polarización fija (voltaje) de G a K

2. Corriente de sostenimiento ( $I_H$ ) es el valor de corriente por abajo del cual el SCR cambia del estado de conducción a la región de bloqueo directo bajo las condiciones establecidas.

3. Regiones de bloqueo directo e inverso son las regiones que corresponden a la condición de circuito abierto para el rectificador controlado que bloquean el flujo de carga (corriente) del ánodo al cátodo.

4. Voltaje de ruptura inverso es equivalente al voltaje Zener o a la región de avalancha del diodo semiconductor de dos capas fundamental.

## Aplicaciones del SCR

Tiene variedad de aplicaciones entre ellas están las siguientes:

En la figura 1.17a se muestra un interruptor estático en serie de medida de media onda. Si el interruptor está cerrado, como se presenta en la figura 1.17b, la corriente de compuerta fluirá durante la parte positiva de la señal de entrada, encendiendo al SCR. La resistencia R1 limita la magnitud de la corriente de compuerta.

Cuando el SCR se enciende, el voltaje ánodo a cátodo (VF) caerá al valor de conducción, dando como resultado una corriente de compuerta muy reducida y muy poca pérdida en el circuito de compuerta. Para la región negativa de la señal de entrada el SCR se apagará, debido a que el ánodo es negativo respecto al cátodo. Se incluye al diodo D1 para prevenir una inversión en la corriente de compuerta.

Las formas de onda para la corriente y voltaje de carga resultantes se muestran en la figura 4.29b. El resultado es una señal rectificadora de media onda a través de la carga. Si se desea conducción a menos de  $180^\circ$ , el interruptor se puede cerrar en cualquier desplazamiento de fase durante la parte positiva de la señal de entrada. El interruptor puede ser electrónico, electromagnético, dependiendo de la aplicación.



a) b)

Figura 1.17. Interruptor estático en serie de media onda.

En la figura 1.18a se muestra un circuito capaz de establecer un ángulo de conducción entre  $90^\circ$  y  $180^\circ$ . El circuito es similar al de la figura 1.17a, con excepción de la resistencia variable y la eliminación del interruptor. La combinación de las resistencias R y R1 limitará la corriente de compuerta durante la parte positiva de la señal de entrada. Si R1 está en su valor máximo, la corriente de compuerta nunca llegará a alcanzar la magnitud de encendido. Conforme R1 disminuye desde el máximo, la corriente de compuerta se incrementará a partir del mismo voltaje de entrada.

De esta forma se puede establecer la corriente de compuerta requerida para el encendido en cualquier punto entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$ , como se muestra en la figura 1.18b. Si R1 es bajo, el SCR se disparará de inmediato y resultará la misma acción que la obtenida del circuito de la figura 1.18b, el control no puede extenderse más allá de un desplazamiento de fase de  $90^\circ$ , debido a que la entrada está a su valor máximo en este punto. Si falla para disparar a éste y a menores valores del voltaje de entrada en la pendiente positiva de la entrada, se debe esperar la misma respuesta para la parte de pendiente negativa de la forma de onda de la señal. A esta operación se le menciona normalmente en términos técnicos como control de fase de media onda por resistencia variable. Es un método efectivo para controlar la corriente rms y, por tanto, la potencia se dirige hacia la carga.

a) b)  
Figura 1.18. Control de fase de resistencia variable de media onda.

**II****Sistemas Retroalimentados****Objetivo particular de la unidad**

Saber aplicar un control proporcional integral, derivativo y sus combinaciones

**Habilidades por desarrollar en la unidad**

Entender el uso y aplicación de los amplificadores operacionales en sistemas retroalimentados.

**Saber en la Teoría (6 hrs.)****II.1 INTRODUCCION**

Uno de los dispositivos más versátiles y de mayor uso en aplicaciones lineales es el amplificador operacional. Estos dispositivos son populares porque son baratos, fáciles de usar y con una gran variedad de aplicaciones en circuitos de tipo analógico. Permiten construir circuitos sin necesidad de entrar en los detalles de la compleja construcción interna y además cuentan con circuitos de protección internos que compensan hasta cierto grado la influencia del ruido producto del alambrado.

El término “operacional” surge debido a que inicialmente eran usados para implementar operaciones matemáticas básicas tales como suma, resta, multiplicación y división, las cuales hoy en día son más fáciles de implementar en micro procesadores o computadoras, sin embargo, esto no implica la desaparición de los amplificadores operacionales.

**CARACTERISTICAS DE LOS AMPLIFICADORES OPERACIONALES**

A pesar de ser un circuito muy versátil, los amplificadores operacionales han sido sometidos a rediseños para optimizar y añadir ciertas características. Algunas de las funciones de las funciones con que cuentan los amplificadores operacionales son:

- Capacidad de manejar alta corriente, alto voltaje o ambos.
- Amplificadores multiplexados.
- Amplificadores de ganancia programable.
- Instrumentación y controles automáticos
- Circuitos integrados para comunicaciones.
- Circuitos integrados para radio, audio y video.
- Circuitos integrados con una sola fuente de alimentación.
- Circuitos integrados que funcionan con fuentes de alimentación bipolares.

## II.2 AMPLIFICADORES OPERACIONALES DE PROPOSITO GENERAL

Los amplificadores de propósito general son sistemas de etapas múltiples, tales como, una etapa de entrada la cual tiene dos terminales; una etapa de salida que cuenta con una terminal de salida y una etapa intermedia mediante la que se conecta la señal de salida de la etapa de entrada con la entrada de la etapa de salida.

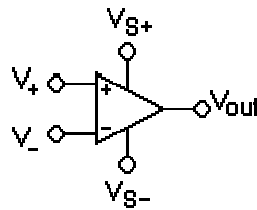


Fig. 2.1 Símbolo del amplificador operacional

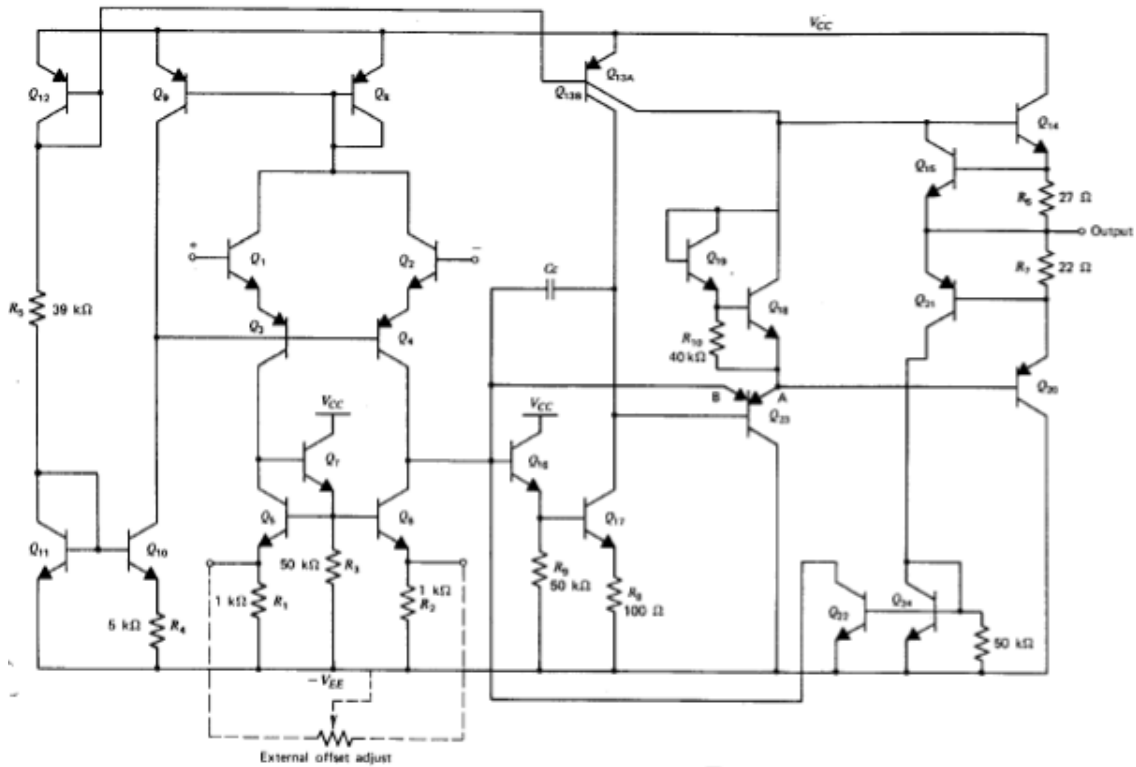


Fig. 2.2 Construcción interna del amplificador operacional 741

En forma ideal un amplificador operacional tiene una ganancia infinita y también una respuesta a la frecuencia infinita. Las terminales de entrada no consumen corriente de la señal de entrada ni de la polarización y presentan una resistencia de entrada infinita. La impedancia de salida es cero ohms y los voltajes de la fuente de alimentación no tienen límite.

## TERMINALES DE ENTRADA

En los amplificadores operacionales se distinguen dos terminales de entrada identificadas por los signos + y -, donde la primera es llamada terminal de entrada no inversora y la segunda se conoce como terminal de entrada inversora. El par de terminales de entrada se denomina también como entradas diferenciales, ya que el voltaje de salida depende de la diferencia de voltaje entre estas dos entradas.

Es importante mencionar que la polaridad del voltaje de salida depende solo de la diferencia de voltaje entre las entradas inversora y no inversora; tal diferencia de voltaje se puede encontrar mediante la relación:

$$E_d = \text{Voltaje en la entrada (+)} - \text{Voltaje en la entrada (-)}$$

El OA es un amplificador de extraordinaria ganancia. Por ejemplo, el  $\mu A741$  tiene una ganancia de 200.000 y el OP-77 (Precision Monolithics) de 12.000.000. Aunque no se indica explícitamente, los OA son alimentados con tensiones simétricas de valor  $\pm V_{cc}$ ; recientemente han sido puestos en el mercado OA de polarización simple (*single supply*). Las entradas, identificadas por signos positivos y negativos, son denominadas entradas invertidas y no invertidas.

La tensión de salida se expresa como:

$$V_o = A_d V_d + A_c V_c$$

La  $A_d$ , denominada ganancia en modo diferencial, viene reflejada en las hojas de características del OA como *Large Signal Voltage Gain* o *Open Loop Voltage Gain*. La  $A_c$ , o ganancia en modo común no se indica directamente, sino a través del parámetro de relación de rechazo en modo común o CMRR (*Common-Mode Rejection Ratio*) definido como:

$$CMRR = \frac{A_d}{A_c} \quad \text{o} \quad CMRR(\text{dB}) = 20 \log \frac{A_d}{A_c}$$

Un OA ideal, indicado esquemáticamente, presenta las siguientes características:

- 1) Resistencia de entrada  $\infty$ .
- 2) Resistencia de salida 0.
- 3) Ganancia en tensión en modo diferencial  $\infty$ .
- 4) Ganancia en tensión en modo común 0 ( $CMRR = \infty$ ).
- 5) Corrientes de entrada nulas ( $I_p = I_n = 0$ ).
- 6) Ancho de banda  $\infty$ .
- 7) Ausencia de desviación en las características con la temperatura.

## II.3 CONFIGURACIONES BÁSICAS DEL OA

### Amplificador inversor

La ganancia en tensión del amplificador inversor se obtiene analizando el circuito y aplicando las características del OA ideal. Si las corrientes a través de las líneas de entrada son nulas, se cumple:

$$\frac{V_i - V_n}{R_1} = \frac{V_n - V_o}{R_2}$$

Donde  $V_i$  es el voltaje de entrada,  $V_o$  el voltaje de salida y  $V_n$  es el voltaje en el nodo formado por la unión de las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  y la entrada inversora; este nodo es llamado tierra virtual.

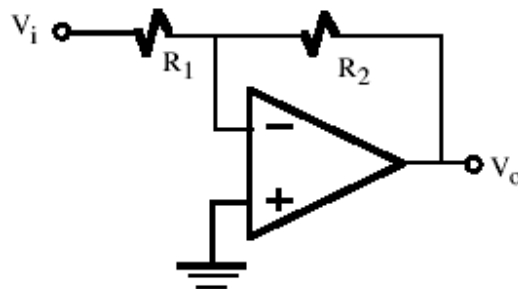


Fig 2.3 Amplificador Inversor

En el amplificador operacional ideal los voltajes de la entrada inversora y la entrada no inversora son iguales  $V_n = V_p$ . Pero en este caso  $V_p = 0$  ya que esta conectado a tierra.  $V_n = 0$ , y por ello, a este nodo se le denomina tierra virtual al tener una tensión de 0. Si  $V_n = 0$ , sustituyendo en la ecuación anterior resulta que la ganancia vale:

$$A = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1}$$

El término inversor es debido al signo negativo de esta expresión que indica un desfase de  $180^\circ$  entre la entrada y salida. La impedancia de entrada de este circuito es  $R_1$ .

### Amplificador no-inversor

La ganancia en tensión del amplificador no-inversor se resuelve de manera similar al anterior caso a partir de las siguientes ecuaciones:

$$V_n = V_p = V_i$$

que es la condición necesaria para que se mantenga una entrada diferencial cero y de esta forma al realizar un análisis de la malla formada por las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  podemos determinar el voltaje de salida y la ganancia de esta configuración:

$$A = \frac{V_o}{V_i} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$V_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_i$$

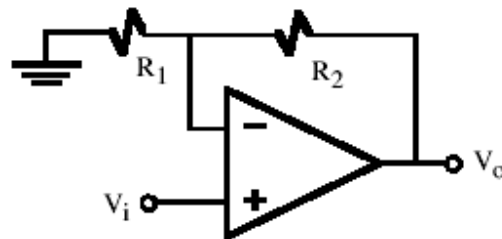


Fig. 2.4 Amplificador No Inversor

### Amplificador Sumador

El circuito mostrado en la figura 2.5, como su propio nombre indica, permite sumar algebraicamente varias señales analógicas. La tensión de salida se expresa en términos de la tensión de entrada como:

$$V_o = -R_f \left( V_1/R_1 + V_2/R_2 + V_3/R_3 \dots \right) = -R_f \left( \sum_{i=1}^N \frac{V_i}{R_i} \right)$$

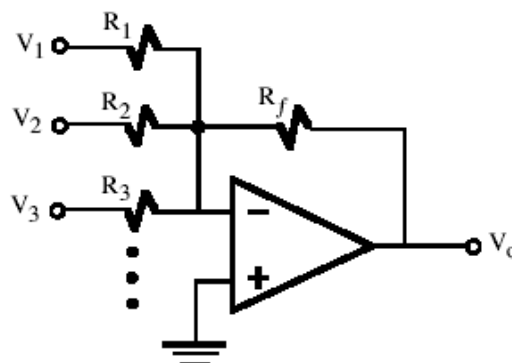


Fig. 2.5 Amplificador Sumador

### Amplificador Restador

Mediante los amplificadores operacionales, también es posible implementar un circuito para la resta analógica. Mediante un análisis del circuito podemos llegar a la siguiente ecuación:

$$V_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4} V_2 - \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_1\right)$$

Si se verifica la siguiente relación entre las resistencias

$$\frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2}{R_1}$$

se obtiene la expresión simplificada que indica como la tensión de salida es función de la diferencia de las tensiones de entrada:

$$V_o = \frac{R_2}{R_1} (V_2 - V_1)$$

### Limitaciones prácticas del OA

El amplificador operacional real tiene unas limitaciones y especificaciones que pueden ser importantes en algunas aplicaciones. En este apartado se presentan las especificaciones más importantes en dominio DC, transitorio y frecuencia propias de cualquier OA.

Un amplificador operacional debe tener 0V a su salida cuando la entrada vale 0V. Sin embargo, en amplificadores reales no es cierto y aparecen indeseables tensiones de salida del orden de decenas a centenas de mV en ausencia de señal de entrada. Este efecto es debido a las corrientes de entrada y disimetrías de la etapa diferencial. El modelo de este comportamiento se realiza a través de los siguientes parámetros: tensión *off-set* de entrada o VOS (*input offset voltage*), corriente offset de entrada IB (*input offset current*) y corriente de polarización de entrada IOS (*input bias current*).

Los OA son diseñados para tener alta ganancia con un ancho de banda elevado, características que les hacen ser inestables con tendencia a la oscilación. Para asegurar estabilidad en su operación es preciso utilizar técnicas de compensación internas y/o externas que limitan su operación. El ejemplo más típico se encuentra en el 741 con un condensador interno de 3pF que introduce una frecuencia de corte superior ( $f_C$ ) de 5Hz como se observa en la figura. A la frecuencia en la cual la ganancia toma 1 se denomina *ancho de banda de ganancia unidad* o  $f_1$ . Una relación que verifica el amplificador operacional es:

$$A_{OL} \cdot f_C = A \cdot f = f_1$$

Esta ecuación demuestra que a la frecuencia de ganancia unidad también puede ser denominada producto ganancia-ancho de banda del OA. La ecuación anterior indica que



el ancho de banda aumenta en la misma proporción que disminuye su ganancia, siendo el producto de ambas una constante que corresponde que la frecuencia  $f_1$ . En la configuración inversora y no-inversora la frecuencia de corte superior  $f_c$  de estos amplificadores vale:

$$f_c = \frac{f_1}{1 + \frac{R_2}{R_1}}$$

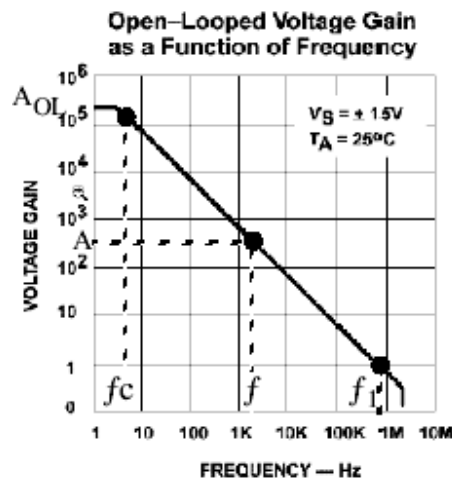


Fig. 2.6 Ganancia del amplificador operacional

## II.4 AMPLIFICADOR DIFERENCIAL

El amplificador diferencial es un circuito que constituye parte fundamental de muchos amplificadores y comparadores y es la etapa clave de la familia lógica ECL. Se abordan técnicas de polarización y análisis de pequeña señal introduciendo los conceptos en modo diferencial y modo común que permiten simplificar el análisis de estos amplificadores. Por último, se presentan y estudian amplificadores diferenciales integrados complejos que resultan muy útiles como introducción a los amplificadores operacionales.

El amplificador diferencial constituye la etapa de entrada más típica de la mayoría de los amplificadores operaciones y comparadores, siendo además el elemento básico de las puertas digitales de la familia lógica ECL. En la figura 2.7 aparece la estructura básica de este amplificador. Uno de sus aspectos más importantes es su simetría que le confiere unas características muy especiales de análisis y diseño. Por ello, los transistores Q1 y Q2 deben ser idénticos, aspecto que únicamente se logra cuando el circuito está fabricado en un chip. Realizar este amplificador con componentes discretos pierde sus principales propiedades al romperse esa simetría. A continuación se realiza un análisis de este amplificador, primero en continua y luego en alterna donde se introducen los conceptos de configuración en modo común y modo diferencial.

### **Análisis en continua**

En el caso de que  $v_{i1}$  y  $v_{i2}$  sean componentes de pequeña señal, y suponiendo que  $hFE \gg 1$ , entonces se puede extraer del circuito de la siguiente relación:

$$0 \approx V_{BE} + (I_{E1} + I_{E2})R_E - V_{CC}$$

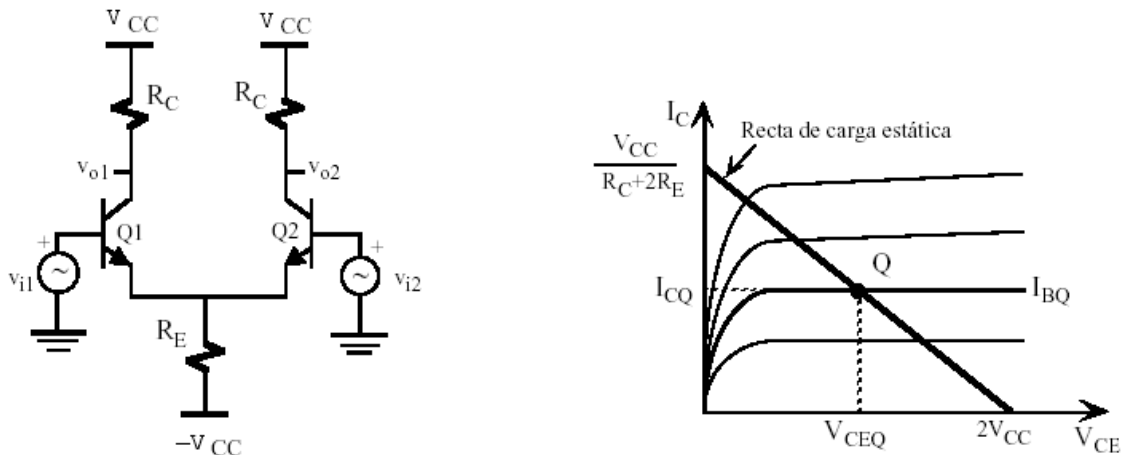


Fig. 2.7 a) Amplificador diferencial. b) Recta de carga

La simetría del circuito y el hecho de que Q1 y Q2 son transistores idénticos hace que  $I_{E1} = I_{E2} = I_E$  de forma que:

$$I_E \approx I_C = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{2R_E}$$

La ecuación de recta de carga estática se obtiene aplicando la ley de los voltajes de Kirchoff a la malla colector-emisor de los transistores:

$$2V_{CC} \approx V_{CE} + I_C(R_C + 2R_E)$$

Esta recta se encuentra dibujada en la figura 2.7 b. La situación del punto de trabajo define los límites de variación de señal de entrada y el rango de funcionamiento lineal permisible. La máxima amplitud de salida se consigue cuando  $V_{CEQ} = V_{CC}$ .

**Análisis de las configuraciones en modo común y diferencial**

La simetría del amplificador diferencial permite simplificar su análisis convirtiendo las tensiones de entrada en tensiones de entrada de modo común y modo diferencial. Además, estos conceptos están en consonancia con las aplicaciones típicas del amplificador operacional que se suele utilizar para amplificar la diferencia entre las dos señales de entrada. La tensión de entrada en modo diferencial ( $v_{id}$ ) y modo común ( $v_{ic}$ ) se definen como:

$$\begin{cases} v_{id} = v_{i1} - v_{i2} \\ v_{ic} = \frac{v_{i1} + v_{i2}}{2} \end{cases} \quad \text{o} \quad \begin{cases} v_{i1} = v_{id} / 2 + v_{ic} \\ v_{i2} = \pm v_{id} / 2 + v_{ic} \end{cases}$$

A su vez, estas tensiones  $v_{id}$  y  $v_{ic}$  dan lugar a dos tensiones de salida, en modo diferencial ( $v_{od}$ ) y modo común ( $v_{oc}$ ), definidas de una manera similar como:

$$\begin{cases} v_{od} = v_{o1} - v_{o2} \\ v_{oc} = \frac{v_{o1} + v_{o2}}{2} \end{cases} \quad \text{o} \quad \begin{cases} v_{o1} = v_{od}/2 + v_{oc} \\ v_{o2} = \pm v_{od}/2 + v_{oc} \end{cases}$$

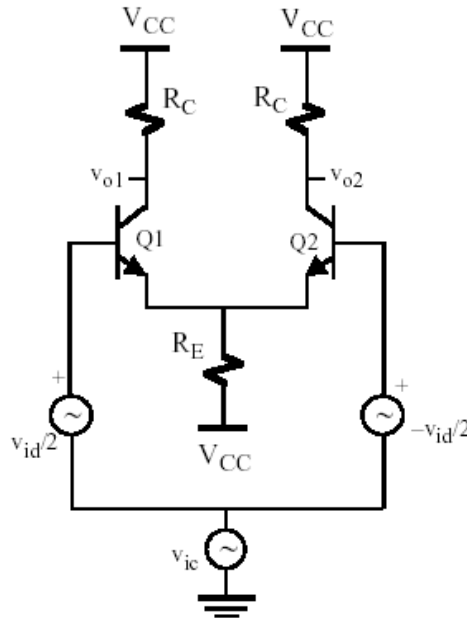


Fig. 2.8 Diagrama alternativo del amplificador diferencial

Con la definición de las tensiones en modo diferencial y modo común, el amplificador diferencial tiene dos ganancias, una en modo diferencial ( $A_d$ ) y otra en modo común ( $A_c$ ) definidas como:

$$A_d = \frac{v_{od}}{v_{id}} \quad \text{y} \quad A_c = \frac{v_{oc}}{v_{ic}}$$

La aplicación de los estos conceptos permite transformar el circuito a una nueva representación. Este nuevo circuito presenta unas propiedades de simetría que facilita su análisis mediante la aplicación del principio de superposición a las entradas en modo diferencial y común independientemente.

**Ganancia en modo diferencial**

En la figura 2.9 se muestra el circuito equivalente simplificado del amplificador diferencial cuando únicamente se considera modo diferencial a la entrada. El análisis del circuito establece las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} v_{id}/2 = i_{b1}h_{ie} - i_{b2}h_{ie} - v_{id}/2 \Rightarrow v_{id} = (i_{b1} - i_{b2})h_{ie} \\ v_e = (i_{b1} + i_{b2})(1 + h_{fe})R_E \\ v_{id}/2 = i_{b1}h_{ie} + v_e \end{cases}$$

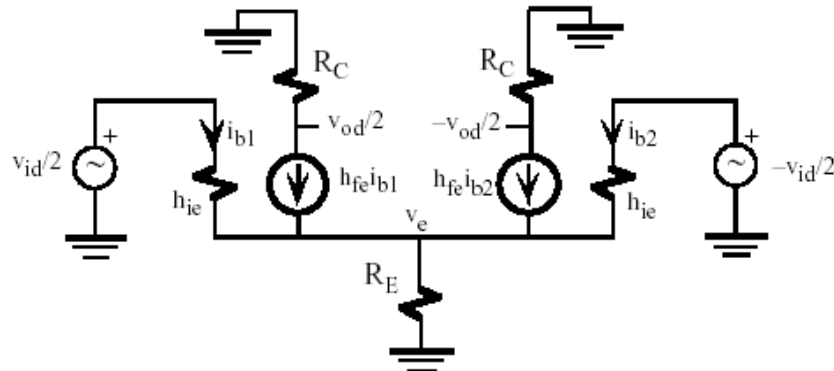


Fig. 2.9 Circuito equivalente simplificado

Resolviendo las ecuaciones anteriores se llega fácilmente a la siguiente relación:

$$(i_{b1} + i_{b2})(h_{ie} / 2 + (1 + h_{fe})R_E) = 0$$

siendo la única solución posible:

$$i_{b1} = -i_{b2}$$

resultando que  $v_e = 0$ . Lo que indica que la tensión de pequeña señal en el emisor de los transistores es nula, es decir, que ese nodo se comporta como un nodo de tierra virtual; no hay que confundirla con la tierra real del circuito. Por consiguiente, analizar el circuito de la figura 2.9 es equivalente a analizar los circuitos equivalentes del amplificador diferencial en modo diferencial mostrados en las figuras 2.10. La ganancia en tensión en modo diferencial de este amplificador es:

$$A_d = \frac{v_{od}/2}{v_{id}/2} = -\frac{h_{fe}R_C}{h_{ie}}$$

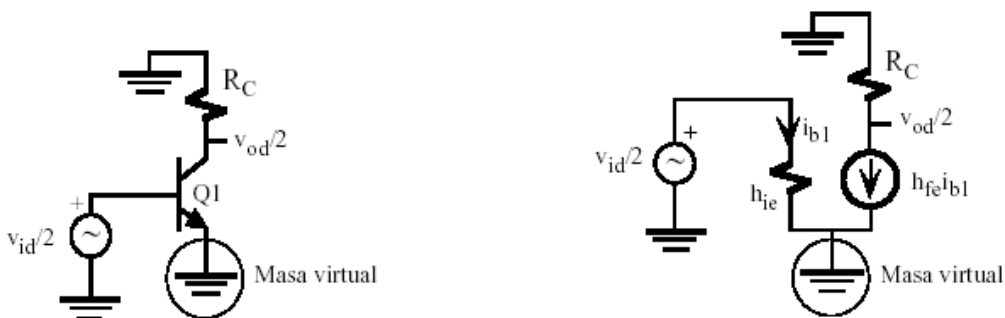


Fig. 2.10 Circuitos equivalentes en modo diferencial

La impedancia de entrada del circuito de la figura 6.4 es  $Z_i = h_{ie}$ . Por consiguiente, la impedancia de entrada vista a través de los dos terminales de entrada diferencial es:

$$Z_{id} = 2h_{ie}$$

**Ganancia en modo común**

En la figura 2.11 aparece el circuito equivalente del amplificador diferencial cuando únicamente se considera modo común a la entrada. Para obtener un circuito más simplificado se va a determinar en primer lugar las impedancias equivalentes  $Z_{e1}$  y  $Z_{e2}$  vista a través de los emisores de los transistores Q1 y Q2. Estas impedancias se definen como:

$$Z_{e1} = \frac{v_e}{i_{e1}} = \frac{v_e}{i_{b1} + h_{fe}i_{b1}} \quad \text{y} \quad Z_{e2} = \frac{v_e}{i_{e2}} = \frac{v_e}{i_{b2} + h_{fe}i_{b2}}$$

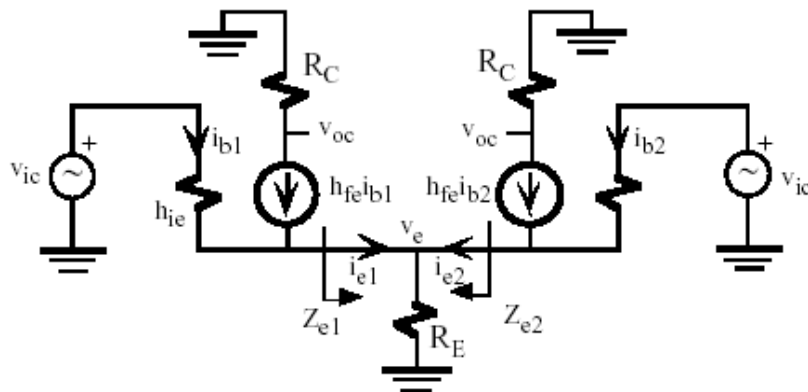


Fig. 2.11 Circuito equivalente en modo común

analizando el circuito anterior se obtiene:

$$v_{ic} = i_{b1}h_{ie} - i_{b2}h_{ie} + v_{ic}$$

que permite demostrar que:

$$i_{b1} = i_{b2}$$

Por otra parte, la tensión  $v_e$  se puede expresar como:

$$v_e = (i_{b1} + h_{fe}i_{b1} + i_{b2} + h_{fe}i_{b2})R_E$$

y usando las ecuaciones anteriores se puede obtener:

$$Z_{e1} = Z_{e2} = 2R_E$$

Luego, los emisores de Q1 y Q2 “ven” una resistencia equivalente expresada en la ecuación anterior de forma que el circuito de la figura anterior se transforma en los circuitos equivalentes más sencillos mostrados a continuación. Fácilmente se demuestra que la ganancia en modo común es:

$$A_c = \frac{v_{o1}}{v_{ic}} = \frac{v_{oc}}{v_{ic}} = -\frac{h_{fe}R_C}{h_{ie} + 2R_E(1 + h_{fe})}$$

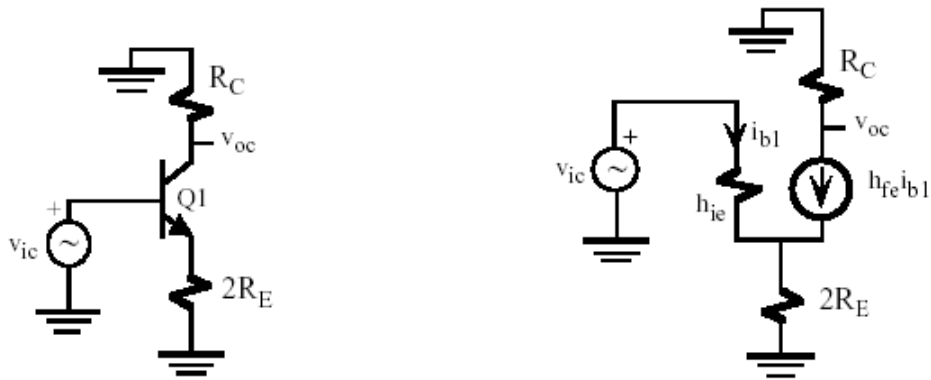


Fig. 2.12 Circuitos equivalentes en modo común

## II.5 INTEGRADOR Y DERIVADOR

Un integrador se obtiene sustituyendo en la configuración inversora la resistencia de realimentación por un condensador. La relación que existe entre la tensión y corriente a través de un condensador es:

$$I = C \frac{dV}{dt}$$

Al aplicar esta ecuación al circuito de la figura siguiente resulta que la tensión de salida es la integral de una señal analógica a la entrada:

$$V_o = -\frac{1}{RC} \int V_i(t) dt + Cte$$

donde Cte es un valor que depende de la carga inicial del condensador.

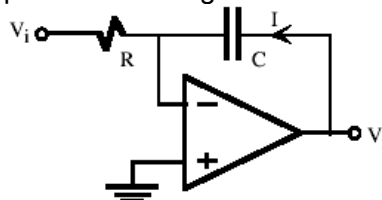


Fig. 2.13 Configuración del amplificador operacional como integrador

Para obtener un circuito derivador, es necesario implementar el siguiente circuito que cumple con la ecuación:

$$V_o = -RC \frac{dV_i}{dt}$$

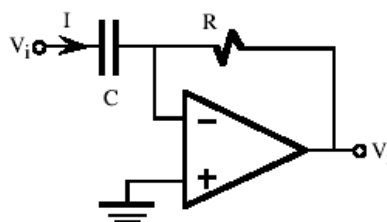


Fig. 2.14 Configuración del amplificador operacional como derivador

## II.6 TEORIA DEL CONTROL PROPORCIONAL Y DERIVATIVO (PID)

El control automático desempeña un papel importante en los procesos de manufactura, industriales, navales, aeroespaciales, robótica, económicos, biológicos, etc. El control automático va ligado a, prácticamente, todas las ingenierías eléctrica, electrónica, mecánica, sistemas, industrial, química, etc. El lector construirá un servosistema de posición con elementos de fácil consecución en el mercado local. Posteriormente, luego de familiarizarse con el funcionamiento del sistema, hallará el modelo matemático del mismo por métodos experimentales. Con la ayuda del software MATLAB hallará el Lugar de las Raíces del sistema, el cual le dará información importante sobre la dinámica del mismo.

El conocimiento del funcionamiento del sistema junto con el análisis de la función de transferencia de lazo abierto y del Lugar de las Raíces darán las bases necesarias para seleccionar el controlador, el cual se construirá con elementos igualmente de fácil consecución en el mercado local y de muy bajo costo. Se requiere, sin embargo, que el lector tenga conocimientos básicos en Control Automático. Para continuar con el tema es necesario definir ciertos términos básicos.

**Señal de salida:** es la variable que se desea controlar (posición, velocidad, presión, temperatura, etc.). También se denomina variable controlada.

**Señal de referencia:** es el valor que se desea que alcance la señal de salida.

**Error:** es la diferencia entre la señal de referencia y la señal de salida real.

**Señal de control:** es la señal que produce el controlador para modificar la variable controlada de tal forma que se disminuya, o elimine, el error.

**Señal análoga:** es una señal continua en el tiempo.

**Señal digital:** es una señal que solo toma valores de 1 y 0. El PC solo envía y/o recibe señales digitales.

**Planta:** es el elemento físico que se desea controlar. Planta puede ser: un motor, un horno, un sistema de disparo, un sistema de navegación, un tanque de combustible, etc.

**Proceso:** operación que conduce a un resultado determinado.

**Sistema:** consiste en un conjunto de elementos que actúan coordinadamente para realizar un objetivo determinado.

**Perturbación:** es una señal que tiende a afectar la salida del sistema, desviándola del valor deseado.

**Sensor:** es un dispositivo que convierte el valor de una magnitud física (presión, flujo, temperatura, etc.) en una señal eléctrica codificada ya sea en forma analógica o digital. También es llamado transductor. Los sensores, o transductores, analógicos envían, por lo regular, señales normalizadas de 0 a 5 voltios, 0 a 10 voltios o 4 a 20 mA.

**Sistema de control en lazo cerrado:** es aquel en el cual continuamente se está monitoreando la señal de salida para compararla con la señal de referencia y calcular la señal de error, la cual a su vez es aplicada al controlador para generar la señal de control y tratar de llevar la señal de salida al valor deseado. También es llamado control realimentado.

**Sistema de control en lazo abierto:** en estos sistemas de control la señal de salida no es monitoreada para generar una señal de control.

Se requiere diseñar y construir un controlador PID para regular la posición de un servomotor de corriente directa. La figura 2.15 muestra el diagrama de bloques del sistema controlado, en donde:

- La señal de salida,  $y$ , corresponde a la salida del terminal móvil del potenciómetro. Si éste se alimenta con 5 voltios en sus terminales fijos (a y b), producirá un voltaje en su terminal móvil (c) equivalente a su posición. Podemos decir entonces que cuando produce 0 voltios esta en la posición equivalente a 0 grados, 1.25 voltios corresponderá a 90 grados, 2.5 voltios a 180 grados, etc.
- La señal de referencia,  $r$ , corresponde a la posición deseada. Es decir, si queremos que el motor alcance la posición 180 grados debemos colocar una referencia de 2.5 voltios, si queremos 270 grados colocamos referencia de 3.75 voltios, etc.
- La señal de error,  $e$ , corresponde a la diferencia entre la señal de referencia y la señal de salida. Por ejemplo, si queremos que el motor alcance la posición de 90 grados colocamos una señal de referencia de 1.25 voltios y esperamos dónde se ubica exactamente. Si se posiciona en 67.5 grados el potenciómetro entregará una señal de salida de 0.9375 voltios y la señal de error,  $e$ , será de 0.3125 voltios (22.5 grados).
- La señal de control,  $u$ , corresponde al voltaje producido por el controlador para disminuir o anular el error. Si la señal de error es positiva indica que la referencia es mayor que la salida real, entonces el controlador coloca un voltaje positivo al motor para que continúe girando hasta minimizar o anular el error. Si por el contrario la señal de error resulta negativa indica que la salida sobrepasó la referencia entonces el controlador debe poner un voltaje negativo para que el motor gire en sentido contrario hasta minimizar o anular el error.

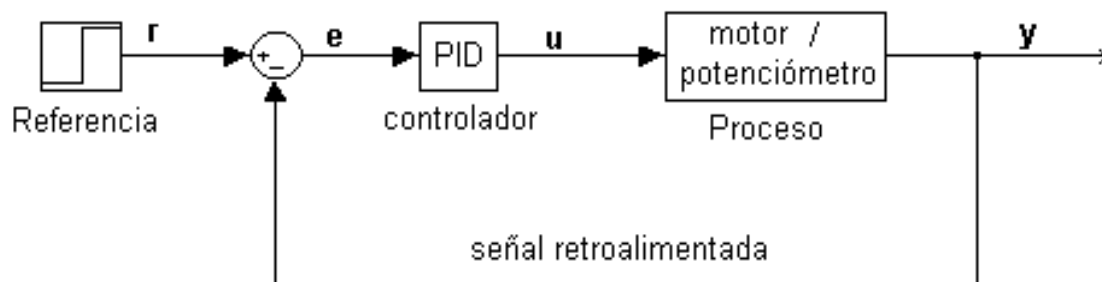


Fig. 2.15 Diagrama de bloques del sistema controlado



La figura 2.16 muestra el sistema de posición al cual se le implementará el controlador y consta, básicamente, de un motor de corriente directa (cd) de imán permanente, al cual se le ha acoplado en el eje un potenciómetro lineal de 0 a 10 K $\Omega$ .

El potenciómetro es alimentado con 5 voltios de cd en sus terminales fijos para obtener, de su terminal móvil, una señal que varía de 0 a 5 voltios durante todo el recorrido en sentido dextrógiro (asumamos 360 grados).

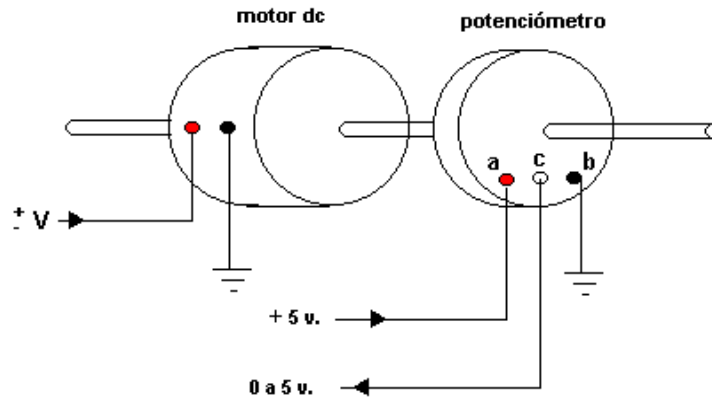


Fig. 2.16 Servosistema de posición de CD.

La señal de salida corresponderá a una señal rampa con pendiente  $m$

$$y \approx m \times t$$

cuya transformada de Laplace será

$$Y(s) \approx \frac{m}{s^2}$$

La señal de entrada corresponde a una señal escalón de amplitud igual a la del voltaje de cd aplicado

$$u(t) \approx V$$

cuya transformada de Laplace es:

$$U(s) \approx \frac{V}{s}$$

El modelo matemático será la función de transferencia del sistema, es decir

$$G(s) \approx \frac{Y(s)}{U(s)} \approx \frac{m/V}{s}$$

Realice la prueba con diferentes voltajes aplicados al motor, para un mismo tiempo de duración de la experiencia, y verifique que la relación  $m/V$  permanezca aproximadamente constante. Antes de iniciar con el diseño del controlador es necesario hacer un análisis del modelo matemático obtenido.

### Polos y ceros

El modelo obtenido no tiene ceros y tiene un polo en el origen. Un polo en el origen representa un sistema tipo 1.

La figura 2.17 muestra nuestro sistema en lazo cerrado sin controlador, donde  $G(s)$  es la función de transferencia del conjunto motor-potenciómetro y  $H(s)$  es la función de transferencia del lazo de retroalimentación, que en nuestro caso es unitaria. La salida del sistema,  $y(t)$ , es la señal de voltaje del potenciómetro y, por lo tanto, la señal de referencia debe ser una señal de voltaje de 0 a 5 voltios. Así, si se desea un giro desde 0 a 180 grados se debe aplicar una referencia de 2.5 voltios.

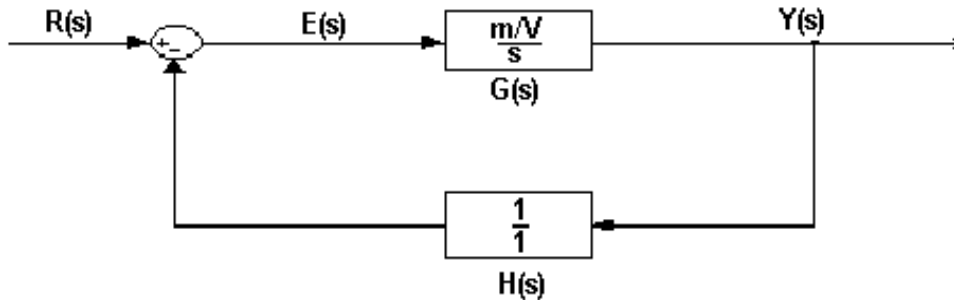


Fig. 2.17 Diagrama de bloques del sistema en lazo cerrado sin controlador

La ecuación de error es

$$E(s) \approx \frac{1}{[1 + G(s)H(s)]} R(s)$$

donde:

$$G(s) \approx \frac{m/V}{s}$$

$$H(s) \approx 1_y$$

Por lo tanto

$$E(s) \approx \frac{1}{1 + \frac{m/V}{s}} R(s)$$

Aplicando el teorema del valor final hallamos que el error en estado estacionario tiene la forma

$$e_{ss} \approx \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

Es decir, si la entrada es un escalón de amplitud  $V$  (la transformada de Laplace de la función escalón es  $V/s$ ), el error en estado estacionario será

$$e_{ss} \approx \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + \frac{m/V}{s}} \frac{V}{s}$$

o sea,

$$e_{ss} \approx 0$$

Lo anterior quiere decir que el sistema en lazo cerrado respondería ante una orden de ubicación en cualquier posición angular, con gran exactitud. En la práctica no sería así por lo siguiente: imaginemos que queremos cambiar la posición del potenciómetro, que está en 0 grados, a la posición correspondiente a 180 grados; aplicamos entonces un voltaje de referencia de 2.5 voltios. El sumador resta de 2.5 voltios, de la señal de referencia, la señal de voltaje de salida, proveniente del potenciómetro, produciendo la señal de error que será el voltaje que se aplicará al motor. La tabla siguiente muestra la forma como varía el error (y por lo tanto el voltaje aplicado al motor) a medida que el potenciómetro se mueve hacia la posición de 180 grados.

Referencia (voltios)	Posición angular del potenciómetro (grados)	Voltaje producido por el potenciómetro y(t)	Señal de error Voltaje aplicado al motor.
2.5	20	0.278	2.22
2.5	40	0.556	1.944
2.5	60	0.833	1.667
2.5	80	1.111	1.389
2.5	100	1.389	1.111
2.5	120	1.667	0.833
2.5	140	1.944	0.556
2.5	160	2.222	0.278
2.5	180	2.500	0.000

Como sabemos que existe un voltaje mínimo, superior a cero, al cual el motor no continuará girando porque no es capaz de vencer su propia inercia, éste se detendrá sin lograr alcanzar el objetivo deseado, es decir sin lograr un error nulo. Tampoco podemos decir que el sistema de posición no es un sistema tipo 1 sino un sistema tipo 0, ya que en este último el error en ante una señal de referencia escalón, es igual a

$$E(s) \approx \frac{1}{1+K} R(s)$$

donde K es la ganancia del sistema en lazo abierto, lo que significa que el error en estado estacionario sería un porcentaje constante de la señal de referencia. Apoyándonos en la tabla 1 podemos apreciar que en nuestro sistema esto no ocurre ya que si la señal de referencia es alta el voltaje inicial aplicado al motor también sería alto (asumiendo error inicial alto) de tal manera que podría desarrollar una gran velocidad inicial y, cuando alcance valores de error cercanos a cero (y por lo tanto valores de voltajes, aplicados al motor, muy bajos), no se detendría inmediatamente, alcanzando valores de error menores a lo esperado o valores de error negativos. Lo mismo no ocurriría a valores de referencia de magnitud media o baja.

### Lugar de las Raíces

Con la ayuda del software MATLAB podemos hallar rápidamente el Lugar de las Raíces de nuestro sistema en lazo cerrado, conociendo el modelo matemático del proceso, con las siguientes instrucciones:

```
num = [m/V];
den = [1 0];
rlocus (num,den)
grid
```

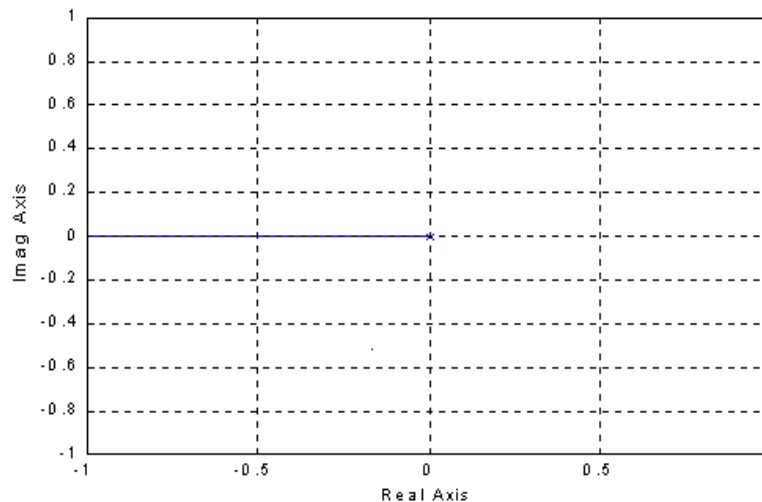


Fig. 2.18 Lugar de las Raíces del sistema en lazo cerrado

La figura 2.19 nos muestra el Lugar de las Raíces, donde podemos apreciar que el polo del sistema en lazo cerrado se traslada desde el origen hasta  $-\alpha$ , sobre el eje real negativo, a medida que se aumenta la ganancia del sistema. Esto quiere decir que el sistema responde más rápido a ganancias altas lo cual es correcto ya que la velocidad del motor de cd de imán permanente es proporcional al voltaje aplicado.

#### II.6.1 Diseño del controlador

Un controlador PID dispone de un componente proporcional ( $K_p$ ), un componente integrativo ( $T_i$ ) y un componente derivativo ( $T_d$ ), de tal manera que produce una señal de control igual a:

$$u \approx K_p \left( 1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) e$$

donde la acción integrativa del controlador tiene su mayor efecto sobre la respuesta estacionaria del sistema (tratando de minimizar el valor de  $e_{ss}$ ) y la acción derivativa tiene su mayor efecto sobre la parte transitoria de la respuesta.

De la información obtenida de la ubicación de los polos y ceros del sistema y del Lugar de las Raíces del mismo podemos concluir:

- Por ser un sistema tipo 1, que equivale a decir que el modelo matemático del sistema incluye un integrador, el error en estado estacionario ante una señal escalón será nulo por lo que no necesitará la parte integrativa del controlador. Esta conclusión se tomará como un punto de partida en el diseño del controlador ya que se mencionó que en la práctica este error no será completamente nulo.
- El Lugar de las Raíces nos muestra que con solo un controlador proporcional nosotros podemos variar la rapidez de la respuesta del sistema, por lo cual la parte derivativa tampoco será indispensable.

Podemos entonces decir que con un controlador proporcional será suficiente para obtener la respuesta deseada en el sistema controlado, por lo que procederemos inicialmente a la implementación del mismo.

### Implementación del controlador

Iniciaremos con la implementación de un controlador proporcional análogo para lo cual nos guiaremos del diagrama de bloques mostrado en la figura 2.19.

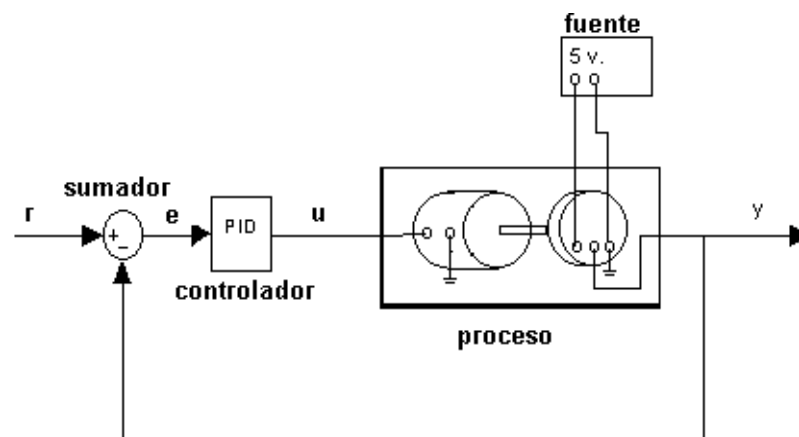


Fig. 2.19. Diagrama de bloques del sistema de posición en lazo cerrado

El primer elemento que debemos construir es el sumador, el cual estará compuesto por un amplificador operacional y resistencias eléctricas, elementos de fácil consecución y bajo costo.

#### II.6.2 Amplificador (control proporcional)

El controlador proporcional análogo, basado en amplificadores proporcionales, genera un voltaje proporcional al error,  $e$ , en la relación

$$u \approx (K_p)e \approx \frac{R3}{R2}e$$

donde, la ganancia del controlador es

$$K_p \approx \frac{R3}{R2}$$

Esta señal de control generada,  $u$ , será una señal de voltaje que puede variar entre  $-V$  y  $+V$  dependiendo de la magnitud y polaridad del error. Sin embargo, esta señal no tendrá la potencia necesaria para mover el motor de cd por lo que se hace necesario colocar un amplificador de potencia, que en nuestro caso se implementará con dos transistores PNP y NPN. Vale la pena aclarar también que la salida de voltaje del amplificador operacional no podrá ser mayor que el de la fuente que los alimenta.

La figura 2.20 muestra el circuito amplificador de potencia conectado a la salida del conjunto de amplificadores operacionales, y se detalla la numeración de los terminales de los integrados y transistores. Los transistores empleados son el C2073 y el A1011 (o equivalentes), cuya numeración de terminales se muestra en la figura 12.

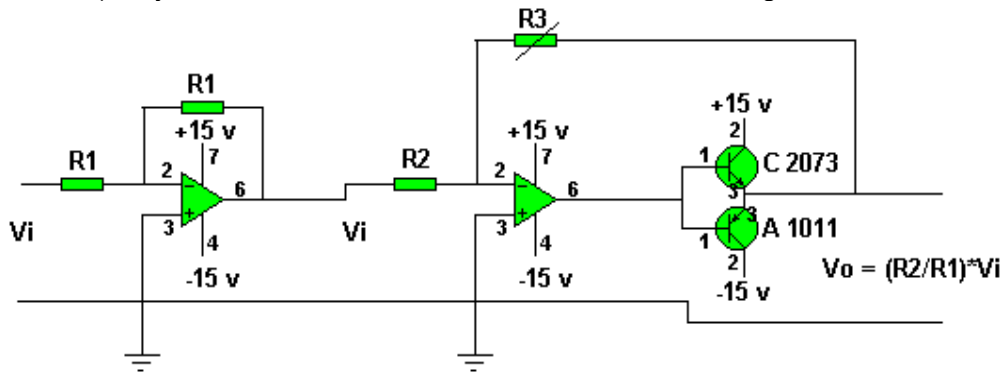


Fig. 2.20 Controlador proporcional análogo

Teniendo el sumador, el controlador proporcional y el sistema de posición (proceso) solo debemos proceder a conectarlos entre sí como muestra el diagrama de bloques de la figura 2.19. Para poder variar la referencia se debe emplear otro potenciómetro lineal, el cual se alimenta con 5 voltios en sus terminales fijos (a y b) y el terminal c producirá el voltaje de referencia. De esta forma, el sistema motor-potenciómetro debe seguir fielmente el movimiento del otro potenciómetro empleado para generar la referencia. La figura 2.21 muestra el circuito completo del proceso con controlador proporcional.

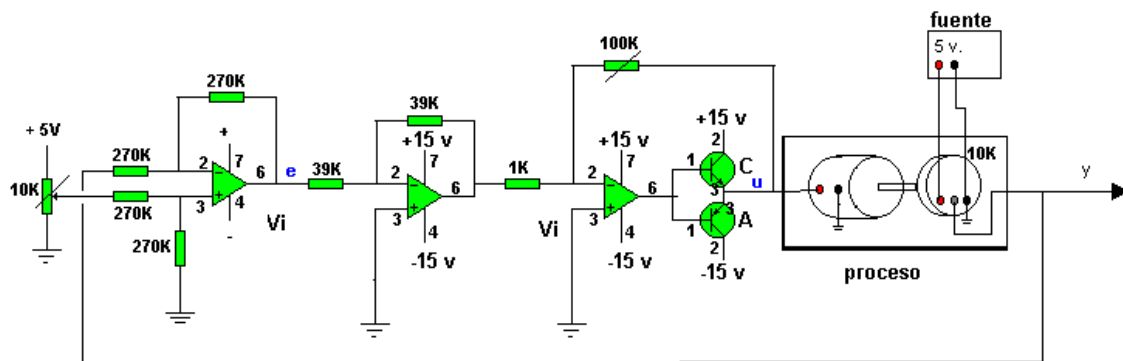


Fig. 2.21 Controlador proporcional

Los valores de  $R$  y  $C$  para el control integral y el control derivativo dependerán de los parámetros  $T_i$  y  $T_d$  calculados previamente. Para el circuito mostrado en la figura 2.22, el valor de  $T_i$  es aproximadamente igual a  $R \cdot C$  y para el circuito mostrado en la figura 2.23, el valor de  $T_d$  es también aproximadamente igual a  $R \cdot C$ .

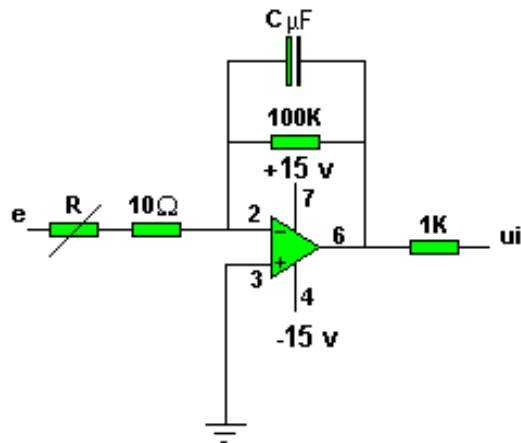


Fig. 2.22 Control integral

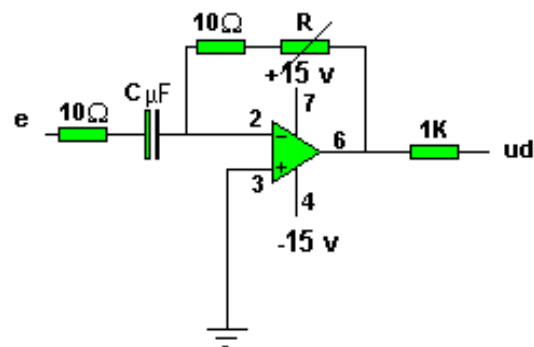


Fig. 2.23 Control derivativo

Este controlador PID análogo construido con amplificadores operacionales, resistencias y transistores no solo es aplicable al sistema de posición tratado en este documento sino a cualquier sistema cuyos valores de entrada y salida se encuentren dentro de las magnitudes de voltaje y corriente "nominales" del controlador. Es decir, se puede aplicar a cualquier sistema cuya variable de salida sea sensada por un elemento que transmita una señal entre 0 y 5 voltios (señal muy común en los procesos industriales o fácilmente transformable desde una señal de 4 a 20 mA) y cuyo actuador trabaje con voltajes entre  $-12$  y  $+12$  voltios de cd y 4 amperios.



## Control De motores de cd

### Objetivo particular de la unidad

Conocer y aplicar las técnicas de control de velocidad de un motor de cd.

### Habilidades por desarrollar en la unidad

Realizar los diferentes tipos de conexiones en los motores de cd y aplicarlos al control de velocidad.

### 3.1.- MOTORES ELÉCTRICOS.

El incremento en el uso de la electricidad para fines de alumbrado y potencia esta asociado con un continuo y estable incremento en el numero, tipo de maquinas, aparatos del hogar e industrias accionadas por motores eléctricos. Por lo que, el principal medio para transformar la energía eléctrica en energía mecánica rotatoria es el motor eléctrico.

Los motores eléctricos se fabrican en varias potencias, desde fraccionarios en bajo voltaje hasta grandes potencias en alta tensión, en corriente alterna y corriente continua, estos motores se pueden clasificar de diversas formas, pero la que se debe aplicar, para los efectos prácticos, considera lo siguiente: Tamaño (Potencia), Tipo de aplicación, características eléctricas, arranque, control de velocidad y características de par; otros elementos son el tipo de protección mecánica y el método de enfriamiento.

En términos básicos, los motores eléctricos convierten la energía eléctrica en energía mecánica rotatoria. Por su diseño, se encuentran en muy variadas aplicaciones (en motores a prueba de explosión, de agua, etc.); todo esto y mas representa la tendencia en el uso de los motores eléctricos y el control de las maquinas en procesos industriales alrededor del mundo.

#### 3.1.1.- PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO.

La operación de los motores depende de la interacción de campos magnéticos. Los motores eléctricos operan bajo el principio de que un conductor colocado dentro de un campo magnético experimenta una fuerza cuando una corriente circula por el mismo.



Figura 3.1. Fuerza sobre un conductor inmerso en un campo magnético.

La magnitud de la fuerza varía directamente con la intensidad del campo magnético y la magnitud de la corriente que circula en el conductor, de acuerdo con la expresión:

$$F = I L B$$

Donde:

F = Fuerza en Newtons

I = Corriente en amperes

L = Longitud del conductor en metros

B = Flujo Magnético (weber/m<sup>2</sup>)

En general, el rotor de un motor eléctrico queda dentro del campo magnético creado por el estator. Se induce una corriente dentro del rotor y la fuerza resultante ( y por lo tanto el par) produce la rotación.

### 3.1.2.- CLASIFICACION DE LOS MOTORES ELÉCTRICOS.

De acuerdo a la fuente de tensión que alimente al motor, podemos realizar la siguiente clasificación:

Motores de Corriente Directa (CD)

Motores de Corriente Alterna (AC)

Los motores de cd se utilizan en casos en los que es de importancia el poder regular continuamente la velocidad del eje y en aquellos casos en los que se necesita de un torque de arranque elevado. Además, se utilizan en aquellos casos en los que es imprescindible utilizar corriente continua, como en el caso de trenes y automóviles eléctricos, motores para utilizar en el arranque y en los controles de automóviles, motores accionados a pilas o baterías, etc.

### 3.1.3.- ELEMENTOS QUE CONSTITUYEN UN MOTOR ELECTRICO.

1. **Estator.**- Está formado por láminas de acero al silicio troqueladas, en forma de ranuras, con la finalidad que las bobinas se alojen en esas ranuras.
2. **Rotor.**- El rotor puede ser de dos tipos jaula de ardilla o devanado, el rotor jaula de ardilla está constituido por barras de aluminio fundidas en el rotor con los extremos en corto circuito. El rotor devanado tiene un embobinado sobre el rotor, está formado por láminas troqueladas montadas sobre la flecha.
3. **Carcasa o Soporte.**- Es el elemento que contiene el estator y los elementos auxiliares del motor.
4. **Auxiliares.**- Son los elementos necesarios para el adecuado funcionamiento del motor.

En las máquinas a corriente continua, los devanados de campo son fijos, mientras que el conjunto de los conductores y conmutadores son giratorios. Para comprender el funcionamiento del conmutador considérese la figura 3.2.

Figura 3.2. Principio de operación de un motor de cd.

En el instante indicado la fuerza electromotriz de la bobina esta disminuyendo y para  $\omega t = \pi/2$ , la fuerza electromotriz es nula, y la bobina está en corto circuito por las escobillas.

Un instante después, el conductor inferior comienza a cortar el flujo y la fuerza electromotriz inducida cambia de sentido; en el mismo instante se conmuta sobre la escobilla negativa y la polaridad de la tensión de salida permanece invariable.

De esta forma el conmutador se comporta como un rectificador sincrónico de onda completa. En la realización constructiva, los conductores de armadura son ensamblados en un rotor cilíndrico de hierro, mientras que los devanados del estator generan una inducción elevada y casi uniforme dentro del entre hierro.

El estator o "campo" de un motor en corriente continua esta constituido por un cierto número de pares de polos magnéticos dispuestos a lo largo de la circunferencia que se alternan de norte a sur. La generación de estos polos magnéticos es obtenida a través de una corriente continua que recorre los devanados de campo.

Figura 3.3. Estator y armadura de un motor de cd.

El rotor o " armadura " está compuesto por un núcleo cilíndrico de hierro que lleva los conductores situados en un canal y conectado a las láminas de los colectores. La corriente continua es enviada a la armadura por las escobillas fijas que rozan el colector. El colector conmuta automáticamente los conductores en forma que la corriente en el motor sea. permanente y unidireccional.

### 3.2. POTENCIA Y PAR EN UN MOTOR ELECTRICO.

La potencia mecánica de los motores se expresa, ya sea en caballos de fuerza (HP) o kilowatts. La relación entre estas cantidades se da por medio de la expresión:

$$\text{HP} = \text{Kilowatts} / 0.746$$

Estas medidas cuantifican la cantidad de trabajo que un motor es capaz de desarrollar en un periodo específico de tiempo. Dos factores importantes que determinan la potencia mecánica se salida en los motores son: el par y la velocidad, el par es una medida de la fuerza que tiende a producir la rotación, se mide en Libras-Pie(lb-ft) o Newton-metro(N-m). La velocidad del motor se establece comúnmente en revoluciones por minuto (RPM), la relación entre la potencia, el par y la velocidad se da con la expresión:

$$\text{HP} = \text{Velocidad (RPM)} \times \text{Par (lb-Ft)} / 5.252$$

Entonces se observa que a menor velocidad de operación del motor, es mayor el par que debe desarrollar para entregar la misma potencia de salida para soportar un torque grande. Los motores de baja velocidad necesitan componentes mas robustas que aquellas que operan a alta velocidad para la misma potencia nominal. "Los motores lentos son generalmente mas grandes, pesados y mas caros que los motores de altas revoluciones para una potencia equivalente".

#### 3.2.1. SELECCIÓN Y APLICACIÓN DE LOS MOTORES ELÉCTRICOS.

Un aspecto importante en el estudio de las maquinas eléctricas es su selección y aplicación, ya que se encuentran en distintos tipos de aplicaciones y no siempre se sabe que características deben tener para una aplicación específica, o bien, como algunas veces forman parte de otro tipo de maquinaria con funciones diversas, no se conocen las características eléctricas.

También, conviene recordar que las máquinas eléctricas rotatorias son elementos convertidores de energía eléctrica en energía mecánica, y como la electricidad, representan una forma intermedia de energía.

Para alguien que no está familiarizado con la electricidad, la mayoría del equipo para desarrollo de potencia mecánica tiene incorporado un motor eléctrico, por ejemplo, si se compra un compresor de aire, un taladro, un a fresadora, etcétera, el motor eléctrico se encuentra instalado como parte del equipo.

En este caso, la información eléctrica que se necesita saber para adquirir el tipo de motor es el voltaje (volts), la frecuencia (Hz) y el número de fases; cuando por alguna razón es necesario reemplazar el motor de un equipo que es accionado por un motor eléctrico, se puede considerar que el motor por sustituir operaba en forma satisfactoria y, entonces, se reemplaza por otro de las mismas características. Para esto, basta con verificar la placa de características del motor por sustituir.

Cuando no se conoce que motor se requiere para una aplicación específica en algún equipo, es necesario decidir sobre algunos aspectos relacionados con el tamaño del motor (potencia), velocidad y tipo, por mencionar algunos.

Cualquier máquina eléctrica rotatoria tiene como aspecto importante su tamaño expresado en términos de su potencia, la velocidad a que debe operar, el ciclo de trabajo que debe desarrollar, el tipo de motor o generador de acuerdo a normas, el tipo de montaje de la base y algunos otros factores que algunas veces no se relacionan con la selección de los motores mismos.

Los fabricantes de equipo motorizados (por ejemplo aire acondicionado, compresores, transportadores, ventiladores, etc.) especifican los tipos de motores y controles asociados que se requieren para una aplicación dada.

Estos motores, por lo general, los seleccionan los ingenieros de aplicación de la compañía fabricante; sin embargo, como medida general para la selección de los motores eléctricos, se deben tomar en consideración los siguientes factores:

- Potencia en la entrada o salida, expresada en HP o Kilowatts
- Características de la carga por accionar
- Velocidad nominal en RPM
- Tamaño de la carcasa
- Clasificación por velocidad
- Efecto del ciclo de trabajo
- Temperatura ambiente
- Elevación de temperatura en la máquina
- Voltaje nominal
- Tipo de carcasa y condiciones ambientales
- Requerimientos de mantenimiento y accesibilidad
- Frecuencia del sistema del cual se va a alimentar
- Número de fases.

Algunos de estos se encuentran en los datos de placa que deberían traer todos los motores eléctricos al momento de adquirirlo, estos datos de placa constituyen la "carta de identidad", que todos los constructores ponen en las máquinas, esto con la finalidad de que el usuario sepa cuáles son las características principales de funcionamiento.

Estos valores nominales son el resultado de pruebas que el constructor ha efectuado en ciertos prototipos al inicio de la producción en serie; cada máquina fabricada variará ligeramente de estas prestaciones de tipo standard, esto es debido a las tolerancias de construcción.

Efectuar la prueba de verificación significa, controlar, si las prestaciones standard señaladas en la placa, han sido respetadas, y relevar las características de funcionamiento particular que puedan tener algún interés.

En la siguiente figura se muestra el formato para los datos de placa de un motor eléctrico.

Figura 3.4. Placa de datos de un motor eléctrico.

### 3.3. TIPOS DE MOTORES DE CC.

#### 3.3.1. MOTOR DE EXCITACIÓN SERIE.

El devanado de excitación D1-D2 está conectado en serie con el devanado de armadura A1-A2 y está atravesado por la corriente de armadura.

Figura 3.5. Características del motor serie

Donde la corriente de armadura es también la corriente del campo  $\phi_c = I_a$

Debido a el alto torque al arranque el motor serie es especialmente apto dondequiera que grandes inercias tengan que ser aceleradas como en elevadores, teleféricos, trenes... Por otro lado el control de la velocidad es pobre debido a la alta dependencia de la velocidad en la carga.

### 3.3.2. MOTOR DE EXCITACIÓN PARALELO.

El devanado de excitación E1-E2 se conecta en paralelo con el devanado de armadura A1-A2 y es alimentado por la fuente de alimentación  $U_a$ . Si el voltaje de alimentación es constante la corriente de campo es independiente de la carga y el motor es virtualmente excitado separadamente.

Figura 3.6. Motor de devanado paralelo

Un incremento en el torque requiere un incremento en la corriente de armadura  $I_a$  la cual requiere un decremento en la fuerza contra-electromotriz  $U_o$ : Esto es causado principalmente por la pequeña caída de velocidad cuando la carga es aplicada y ya que el decremento en la fuerza contra-electromotriz no es grande, el motor paralelo puede ser considerado como casi una máquina de velocidad constante.

### 3.3.3. MOTOR DE EXCITACIÓN COMPUESTA O MIXTO

El motor de devanado compuesto está construido con dos devanados de excitación: un devanado D1-D2 está conectado en serie a la armadura mientras que el segundo E1-E2 está conectado en paralelo.

Figura 3.7. Motor de devanado compuesto

Mediante el ajuste de las fuerzas relativas de los devanados serie y paralelo el motor compuesto acumulativo puede ser dotado de cualquiera de las características del motor serie y el paralelo.

El motor compuesto acumulativo con características del paralelo tiene un pequeño devanado en serie para asegurar una caída razonable en la velocidad mientras el motor

con características en serie tiene un pequeño devanado en paralelo para limitar la velocidad sin carga a algún valor seguro.

### 3.3.4. MOTOR EXCITADO SEPARADAMENTE.

El devanado de excitación F1-F2 está conectado a una fuente enteramente independiente  $U_f$  de manera que la corriente de excitación es independiente del voltaje de alimentación del motor y la corriente de armadura, y por lo tanto el flujo de campo  $\phi_f$  es controlado solamente por la corriente de excitación  $I_f = U_f/R_f$  donde  $R_f$  es la resistencia del devanado de campo.

Figura 3.8. Motor excitado separadamente.

Como práctica general, para maximizar la capacidad de torque del motor, la velocidad del motor con un devanado de campo separadamente excitado es variada mediante la variación del voltaje de armadura  $U_a$  ( $\phi_f =$  valor promedio) para velocidades menores que la velocidad promedio y mediante la disminución del flujo  $\phi_f$  ( $U_a =$  velocidad promedio) para velocidades más altas que la velocidad promedio.

Particularmente debido al rango excesivo de control de velocidad, el motor de c.d. con devanado de campo excitado separadamente es muy usual en actuadores o controladores estáticos convertidores.

### 3.4. CONEXIÓN DE REOSTATO DE ARRANQUE PARA MOTORES DE CD.

El reóstato es adecuado para el arranque a mitad par de los motores que tienen potencia desde 1,2kW y tensión de alimentación 220Vcc.

Para los motores con excitación derivada, el reóstato debe estar conectado en serie a la armadura (Fig.3.9) y para los motores con excitación compuesta o serie debe estar conectado a la serie constituida por la armadura y bobinado serie (Fig. 3.10 y 3.11). Al momento del arranque el reóstato debe ser introducido con la máxima resistencia (R1A); después que el motor ha arrancado el reóstato debe ser gradualmente excluido pasando de la posición R2A - R3A - R4A y por lo tanto en la posición de corto circuito (R5A).

**Atención:** Cuando el motor gira bajo carga, el reóstato siempre debe dejarse en corto circuito (R5A); nunca debe dejarse en una posición intermedia.

El sentido de rotación igual al de las manecillas del reloj (o giro derecho) corresponde a una rotación de la flecha de la máquina en el sentido de las manecillas del reloj de mano, cuando el observador mira la máquina de frente y al final de la flecha más grande o enfrente de la terminal opuesta al conmutador. El sentido de rotación de un

motor de corriente directa puede ser invertido cambiando el sentido de la corriente en el devanado de excitación o armadura.

Figura 3.9. Conexión de reóstato de arranque para un motor con excitación derivada.

Normalmente la velocidad de rotación para un motor con excitación derivada, es ajustada por medio del reóstato de excitación  $R_F$ , mientras que si deseamos invertir el sentido de rotación sería mejor invertir solo la corriente de armadura para dejar que el sentido del campo magnético sea igual y por lo tanto el magnetismo residual,

Figura 3.10. Conexión de reóstato de arranque para un motor con excitación compuesta.

La inversión del sentido de rotación para un motor con excitación compuesta es posible invirtiendo la corriente en el circuito de armadura, pero manteniendo constante el sentido de corriente en los dos devanados de excitación.



Figura 3.11. Conexión de reóstato de arranque para un motor con excitación serie.

Para invertir la velocidad de rotación en un motor con excitación serie, es conveniente invertir la corriente de armadura.