Análisis de Circuitos I

Manual de asignatura

Sistema de Universidades Tecnológicas

ELECTRICIDAD Y ELECTRÓNICA INDUSTRIAL

Programa 2004

Créditos

Elaboró: Ing. Pedro Casillas Ríos.
Ing. Diego Alonso Castañeda Aguilar.

Revisó:

Colaboradores:

Autorizó:

Contenido

Objetivo general

Analizar y resolver circuitos eléctricos excitados con corriente directa

Habilidades por desarrollar en general

Escribir la habilidad propuesta que se debe desarrollar en esta asignatura.

I

Fundamentos de los circuitos eléctricos

Objetivo particular de la unidad

Conocer las características de los circuitos eléctricos lineales.

Habilidades por desarrollar en la unidad

Resolver circuitos serie, paralelo, resistivos, inductivos y capacitivos

I.1 Circuitos Resistivos

Saber en la teoría (1 hr)

Identificar las leyes de Ohm y Kirchhoff en circuitos serie paralelo y división de voltaje y corriente respectivamente

Resistencia es la propiedad física de un elemento o un dispositivo que impide el flujo de corriente. Su unidad es el ohm y se abrevia con el símbolo Ω (omega). Se representa con el símbolo R o con el símbolo mostrado en la figura 1.1.11

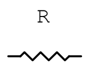


Figura 1.1.1 Símbolo de una resistencia

$$resistencia = \left(\frac{\rho \cdot l}{s} \right)$$

donde *p* es una constante de resistividad de cada material, *s* es el área de la sección transversal y *l* la longitud del elemento. La **resistividad** es la propiedad eléctrica de los materiales de resistir el flujo de corriente. Por ejemplo para el

Poliestireno $1x10^{18}$
Silicio $2.3x10^{5}$
Cobre $1.7x10^{-6}$

Se puede notar que entre menor sea la resistividad del material menor será su resistencia, lo mismo que la longitud del material y que entre menor la sección del material mayor será la resistencia.

Ley de Ohm.

Es la relación entre la resistencia, el voltaje y la corriente, fue establecida por George Simon Ohm en 1827, he indica que la corriente producida en cierto conductor es directamente proporcional a la diferencia de potencial entre sus puntos extremos.

$$resistencia = \left(\frac{Voltaje}{corriente} \right)$$

$$1\Omega = \frac{1V}{1A}$$

En el caso de la figura 1.1.1 la corriente y el voltaje indicados son los que corresponden al elemento resistor. La relación entre las direcciones indicadas es importante. La dirección de voltaje se indica con una terminal marcada con + y la otra con -. La corriente en una resistencia pasa de la terminal positiva a la negativa. Esta relación entre terminales se le conoce como convención pasiva.

La convención pasiva es la relación entre las direcciones y la referencia de voltaje La dirección del voltaje se indica con una terminal + y la otra con -. La corriente pasa de la terminal + a la terminal -.

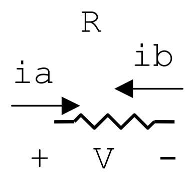


Figura 1.1.2 Resistor con corriente y voltaje correspondiente

Para esta figura la corriente ia e ib son iguales excepto por la dirección asi
ia = - ib
De acuerdo a la ley de Ohm la corriente ia por el elemento y el voltaje v se apegan a la convención pasiva
V=R·ia

Para la corriente ib
V = -R·ib

En esta ecuación hay un signo menos porque la corriente ib y el voltaje v no se apegan a la convención pasiva.

Leyes de Kirchhoff

Para entender correctamente como funcionan la de Kirchhoff en un circuito primero debemos entender que es un Circuito Eléctrico y las partes que lo integran.

Un circuito eléctrico se define como la Interconexión de elementos eléctricos unidos entre si en una trama cerrada, de forma que pueda fluir continuamente la corriente. Los elementos de un circuito se pueden clasificar en dos categorías.

Elementos pasivos: absorben energía (Resistencia, Capacitores, Inductores).
Elementos activos: capaz de suministrar energía (Fuentes de corriente, Fuentes de voltaje).

Dentro de un circuito nos encontramos con Nodos y trayectorias cerradas o mallas. Un **nodo** es el punto en el cual dos o más elementos tienen una conexión común. Y una **trayectoria cerrada** o **malla** es la ruta de corriente que pasa por los nodos solo una vez hasta que regresa al nodo inicial. Observe la Figura 1.1.1

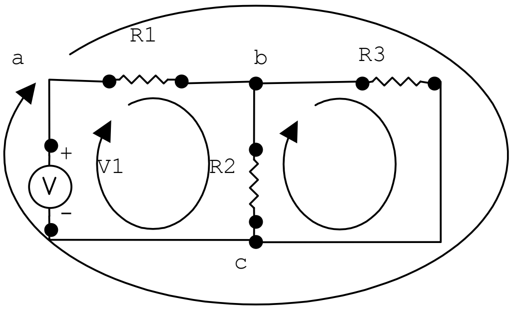


Figura 1.1.3 Circuito eléctrico con 3 nodos y 3 trayectorias cerradas

Por fines prácticos el cable que une a los elementos se considera como un conductor perfecto y tiene una resistencia cero. De esta manera podemos redefinir el concepto de nodo de una manera más comprensible como la línea que une a dos o más elementos.

De esta manera la línea que une a la resistencia R3 con la resistencia R2 y a la fuente V la consideramos como un solo nodo (nodo **c**), la línea que une a la fuente de voltaje con la resistencia R1 la consideramos el nodo **a**, y a la línea que une a las resistencia R1, R2 y R3 la llamamos nodo **b**. Con esto tenemos un total de 3 nodos en el circuito.

Si en el circuito se empieza el recorrido de corriente alrededor del circuito partiendo del nodo **a** después hacia el nodo **b** y después al nodo **c** por la resistencia R3 y de regreso al nodo **a** tenemos una trayectoria cerrada.

Además podemos partir nuevamente del nodo **a** después hacia el nodo **b** y después al nodo **c** por la resistencia R2 y de regreso al nodo **a**, de esta manera tenemos otra trayectoria cerrada diferente.

Por ultimo si partimos del nodo **b** al **c** y de retorno al **b** tenemos una ultima trayectoria cerrada.

Podemos ver que no existen más trayectorias cerradas diferentes, ya que aunque partiéramos de otros nodos la forma y la trayectoria cerrada seria la misma.

Ejemplo 1.1.1.
Identificar las trayectorias cerradas y los nodos del siguiente circuito

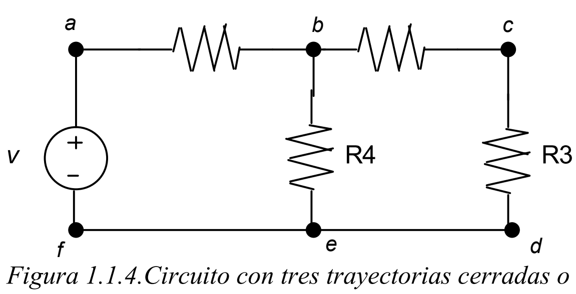


Figura 1.1.4.Circuito con tres trayectorias cerradas o mallas

Existen tres trayectorias cerradas.
1. a, b, c, d, e, f, a   2. a, b, e, f, a   3. b, c, d, e, b
existen 4 nodos **a**, **b**, **c**,
f, e, d en realidad son un nodo, ya que se considera los alambres ideales

Fue Gustav Robert Kirchhoff profesor de la universidad de Berlín quien formulo dos leyes en 1847 que relacionan a la corriente con el voltaje en un circuito con dos o más resistores .

LCK. Ley de corrientes de Kirchhoff.

La ley de corrientes de Kirchhoff establece que la suma algebraica de las corrientes hacia un nodo es cero en todo instante.

Es importante mencionar las direcciones de las corrientes, a las corrientes salientes del nodo se les considera corrientes negativas y a las entrantes positivas.
El primer paso para analizar un circuito es asignar las direcciones de las corrientes en cada resistencia en el sentido que creamos es correcto, en caso de haber equivocado el sentido el análisis nos dará una corriente negativa, esto no indica un error grave, solo que el sentido de la corriente es en sentido contrario al asignado. Una vez hecho esto se le asigna una caída de tensión o voltaje en cada resistencia.

LVK. Ley de voltajes de Kirchhoff.

La suma algebraica de los voltajes alrededor de cualquier trayectoria cerrada en un circuito es cero en todo instante.

La palabra algebraica indica la dependencia respecto a la polaridad de los voltajes que se encuentran al recorrer la trayectoria.
El sentido de la polaridad se le asigna por convención pasiva, y depende del sentido de la corriente que se le asigne a la resistencia.

Ejemplo 1.1.2
Utilizando LCK encuentre la caída de voltaje en la resistencia del siguiente circuito.

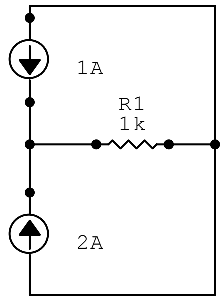


Figura 1.1.5 Circuito para ejemplo 1.1.2

El primer paso es asignar la corriente que pasa por la resistencia, y la polaridad de la caída de tensión en base a la convención pasiva, para este ejemplo tomaremos la dirección de corriente en la resistencia hacia la derecha. Después identificamos los nodos, la figura 1.1.3 nos muestra el circuito resultante.

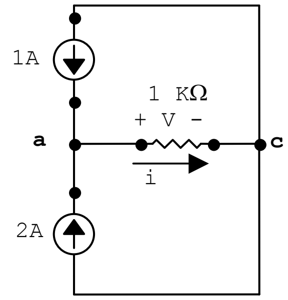


Figura 1.1.7 Circuito con nodos identificados. Corriente y voltaje asignado en la resistencia.

Al aplicar LCK en el nodo **a** tenemos
$1 + 2 - i = 0$

Las corrientes entrantes de 1 y 2 amperes se consideran corrientes entrantes y tienen signo positivo la corriente **i** esta saliendo del nodo **a** por lo que tiene signo negativo. Al resolver para i tenemos
i= 3A
El voltaje en la resistencia esta dado por la ley de Ohm
V = R·i
V = 1k·3A = 3V

Ejemplo 1.1.3
Utilizando LVK encuentre la corriente en la resistencia del siguiente circuito

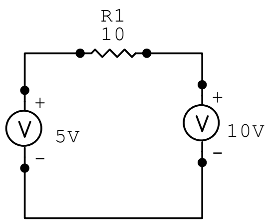


Figura 1.1.8 Circuito para ejemplo 1.1.3

Asignamos corriente y caída de tensión en la resistencia, e identificamos los nodos y trayectorias cerradas o mallas del circuito

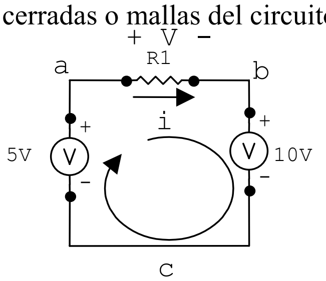


Figura 1.1.9 Circuito con nodos identificados. Voltajes y corrientes asignados

En este circuito solo tenemos una trayectoria cerrada del nodo **a** al **b** y al **c** aplicamos LVK para esta malla, comenzando del nodo **a** y en sentido de las manecillas del reloj tenemos.
V + 10 – 5 = 0
Los voltajes V y 10V se toman positivos porque al recorrer el circuito entramos por la polaridad + del voltaje, -5V se toma negativo porque al recorrer la malla entramos por la polaridad negativa de la fuente. El voltaje en la resistencia será entonces de –5V esto quiere decir que en realidad la corriente va hacia la izquierda.

Ejemplo 1.1.3.
Calcule cada corriente y cada voltaje cuando R1=8 Ω, v2=-10 V, i3=2 A, R3=1Ω, Además, determinar R2

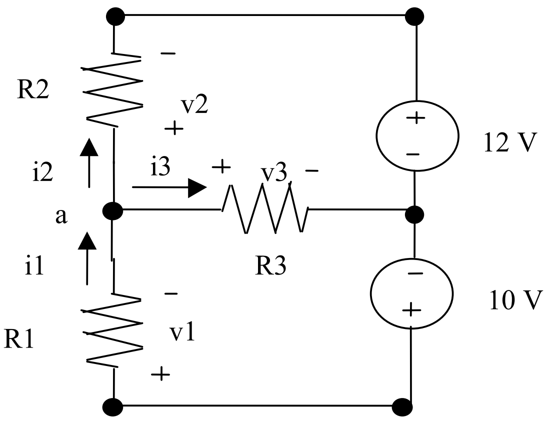


Figura 1.1.10. Circuito con dos fuentes de voltaje constantes

Solución.
La suma de las corrientes que entran al nodo a es
i1 – i2 – i3 = 0

Al usar la ley de Ohm para R3
v3=R3·i3=1Ω·2 A = 2 V

LVK en la malla inferior que contiene v1 y v3 y la fuente de –10V

-10 + v1 +v3 =0
v1 = 10 – v3 = 10 – 2 = 8 V

La ley de Ohm para el resistor R1
i1 = v1 / R1 = 8/8 = 1 A

al sustituir los valores en la ecuación obtenida por la LCK en el nodo a
1 – i2 –2 =0
i2 = -1 A

ahora se puede calcular R2
R2 = v2 / i2 = -10 / -1 = 10 Ω

Arreglo en serie y paralelo.

Resistencia equivalente en un circuito resistivo

En una circuito resistivo la potencia absorbida en una resistencia equivalente es igual al total de las potencias absorbidas en el circuito.

En serie.

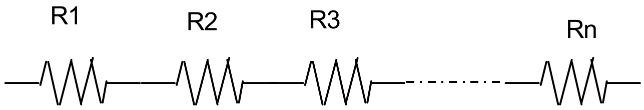


Figura 1.1.11 Resistencias en serie

Req. = R1+ R2 + R3 + ... +Rn

En paralelo

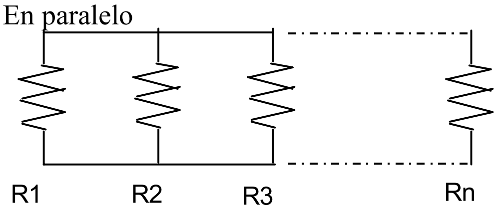


Figura 1.1.12. Resistencias en paralelo

$$\mathrm{Re}\,q = \frac{1}{\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3} + \dots + \frac{1}{Rn}}$$

Ejemplo 1.1.4.
Obtener la resistencia equivalente del siguiente circuito.

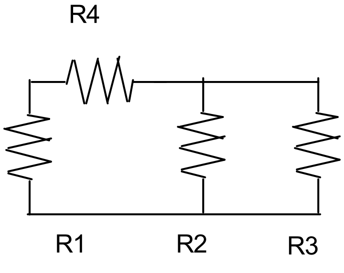


Figura 1.1.13. R1=20Ω, R2=15, R3=10Ω , R4=25Ω

Primero obtenemos la resistencia equivalente para las resistencias en serie R1 y R4

Ro=R1+R4 = 20+25=45Ω

Ahora tenemos el siguiente circuito

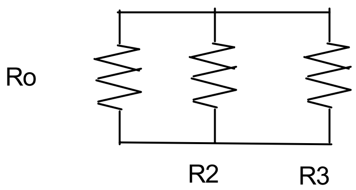


Figura 1.1.14. Simplificación de circuito

En este circuito las tres resistencias están en paralelo, por lo que finalmente tenemos

$$Req = \frac{1}{\frac{1}{Ro}+\frac{1}{R2}+\frac{1}{R3}} = \frac{1}{\frac{1}{45}+\frac{1}{15}+\frac{1}{10}} = \frac{1}{\frac{17}{90}} = \frac{90}{17} = 5.29\Omega$$

Divisor de Voltaje

Examinemos el siguiente circuito

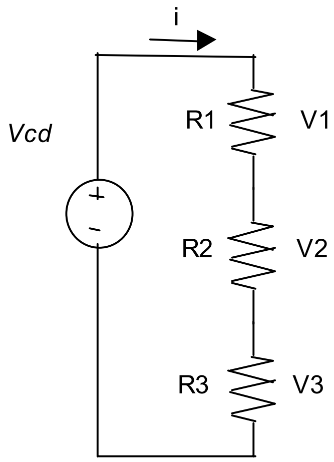


Figura 1.1.15. Circuito con 4 diferencias de potencial

La ley de voltajes de Kirchhoff nos dice
-Vcd + R1·i + R2·i + R3·i =0

El voltaje es el mismo en las tres resistencias por estar en serie.

$$i = \frac{Vcd}{R1+R2+R3}$$

Supongamos que queremos conocer la tensión v2, por ley de ohm

$$V2 = R2 \cdot i = \frac{R2 \cdot Vcd}{R1+R2+R3}$$

ahora si quisiéramos conocer la tensión en v3, igualmente tendríamos

$$V3 = R3 \cdot i = \frac{R3 \cdot Vcd}{R1 + R2 + R3}$$

En General, un divisor de voltaje puede representarse por la siguiente ecuación.

$$Vn = \frac{Rn}{R1 + R2 + R3 + \cdots + RN} \cdot Vcd$$

Para dos Resistencias R1 y R2 El voltaje en estas seria

$$V_{R1} = \frac{R1}{R1 + R2} \cdot Vcd$$

$$V_{R2} = \frac{R2}{R1 + R2} \cdot Vcd$$

Divisor de corriente

Examinemos el siguiente circuito

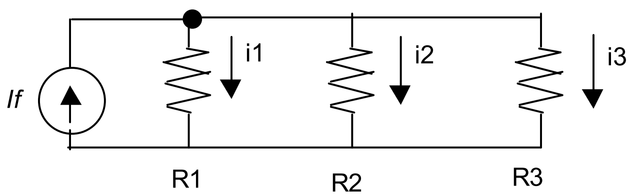


Figura 1.1.15. Circuito con 4 corrientes

La ley de corrientes de Kirchhoff nos dice
If=i1+i2+i3

Usando ley de Ohm
If = V/R1 + V/R3 + V/R3 = V·(1/R1 + 1/R2 + 1/R3)

El voltaje es el mismo en las tres resistencias por estar en paralelo. Despejamos V

$$V = \frac{If}{\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3}}$$

Supongamos que queremos conocer la corriente i3, por ley de ohm
i3= V/R

$$i3 = \frac{\frac{If}{R3}}{\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3}}$$

ahora, si quisiéramos conocer la corriente i1.

$$i1 = \frac{\frac{If}{R1}}{\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3}}$$

de esta manera podemos describir de forma más general de división de corriente para N conductores

$$i_n = \frac{\frac{If}{R_n}}{\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3} + \cdots + \frac{1}{Rx}} = \frac{\frac{If}{R_n}}{\sum_{x=1}^{N} \frac{1}{R_x}}$$

para dos resistencias R1 y R2 únicamente, podemos reducir la formula como sigue

$$i_n = \frac{\frac{If}{Rn}}{\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2}} = \frac{\frac{If}{Rn}}{\frac{R2 + R1}{R1 \cdot R2}}$$

así si deseamos conocer la corriente por R1

$$i_1 = \frac{\frac{If}{R1}}{\frac{R2 + R1}{R1 \cdot R2}} = \frac{R2 \cdot If}{R2 + R1}$$

y para R2

$$i_2 = \frac{\frac{If}{R2}}{\frac{R2 + R1}{R1 \cdot R2}} = \frac{R1 \cdot If}{R2 + R1}$$

I.2 Características eléctricas del inductor

Saber en la teoría (1 hr)
Características eléctricas del inductor

A principios del siglo XIX el científico danés Oersted demostró que un conductor con corriente producía un campo magnético, poco después en Francia Ampere demostró que este campo magnético estaba relacionado linealmente con la corriente que lo producía. El siguiente paso se dio veinte años después cuando el ingles M. Faraday y Joseph Henry encontraron que un campo magnético variable podía inducir un voltaje en un circuito cercano. Ellos mostraron que este voltaje era proporcional a la tasa de cambio en el tiempo, de la corriente que producía el campo magnético.

El inductor esta formado por una espira continua o bobina de alambre. Un cambio en el flujo magnético en la región encerrada por la bobina inducirá una fem(Fuerza electromotriz.) en la misma.

Ya que la geometría del inductor es fija, la rapidez de cambio del flujo $\Delta\varphi/\Delta t$ o la fem inducida ε, es proporcional a la rapidez en la corriente $\Delta i/\Delta t$. Esta proporcionalidad se expresa

$$\varepsilon = -L\frac{\Delta i}{\Delta t}$$

en otras palabras.

$$v = L\frac{di}{dt}$$

la constate de proporcionalidad L se llama inductancia del circuito.

La inductancia se define como la propiedad de un dispositivo eléctrico (inductor) que hace que el paso de las variaciones de corriente produzca un voltaje a través del mismo.

La unidad de inductancia es el henry (H) un inductor determinado tiene una inductancia de un henry (H) si se induce una fem de un volt por una corriente que cambia con una rapidez de un ampere por segundo.

$1H = 1V\cdot s / A$

La inductancia de la bobina depende de su geometría, del numero de vueltas, del espaciamiento de las vueltas y de la permeabilidad de su núcleo. Pero no depende de los valores de voltaje y corriente.

De todo lo anterior se deducen las siguientes afirmaciones.

- Si la corriente que circula en un inductor no está cambiando con el tiempo, entonces el voltaje entre sus terminales es cero. Por lo tanto un inductor se comporta como corto circuito para cd.
- Puede almacenarse una cantidad finita de energía en un inductor aun cuando el voltaje entre sus terminales es cero, por ejemplo cuando la corriente es constante.
- Es imposible poder cambiar la corriente de un inductor en una cantidad finita en un tiempo cero, ya que esto requiere un voltaje infinito en el inductor. Un inductor resiste a un cambio abrupto en la corriente que circula a través de él en forma similar a como una masa resiste un cambio abrupto en su velocidad.
- El inductor ideal nunca disipa energía, solo la almacena.

Inductores en Serie y Paralelo

Una conexión de inductores en serie y en paralelo puede reducirse a un solo inductor equivalente. Para un arreglo de N inductores en serie el inductor es la suma de los N inductores.

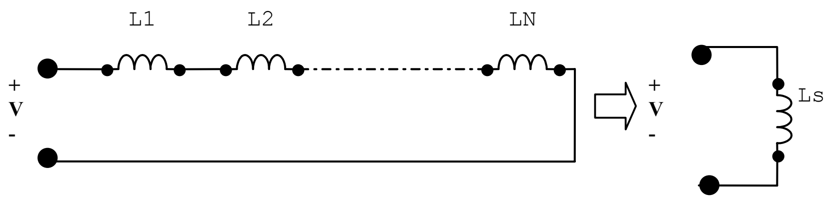


Figura 1.2.1. Conexión de N inductores en serie y el inductor Ls equivalente

$Ls = L1+L2 + \cdots + LN$

$$Ls = \sum_{n=1}^{N} Ln$$

Para un arreglo de N inductores en paralelo el inductor equivalente esta representado por la siguiente expresión

$$\frac{1}{Lp} = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{Ln}$$

$$Lp = \frac{1}{\frac{1}{L1} + \frac{1}{L2} \cdots \frac{1}{LN}}$$

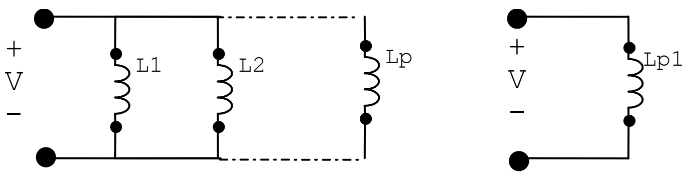


Figura 1.2.2 Conexión de N inductores en paralelo y el inductor Lp equivalente

I.2 Características eléctricas del capacitor

Saber en la teoría (1 hr)
Características eléctricas del capacitor

Un capacitor físicamente consiste en dos superficies conductoras sobre las cuales puede almacenarse la carga, separadas por una fina capa de aislante con una resistencia muy grande. La corriente positiva que entra a una de las placas representa carga positiva que se mueve hacia esa placa a través de su terminal; esta carga no puede pasar al interior del capacitor, por lo cual se acumula en la placa. Un capacitor fabricado con dos placas conductoras paralelas de áreas A, separadas una distancia d, tienen una capacitancia

$$C = \varepsilon \frac{A}{d}$$

donde e es la permitividad, una constante del material aislante entre placas, y donde las dimensiones lineales de las placas conductores son mucho mayores que d- para el aire o el vacío
$\epsilon = 8.854$ pF/m

La capacitancia se define como la medida de la propiedad de un dispositivo (capacitor) de almacenar energía en forma de cargas separadas o de campo eléctrico.
La capacitancia C se define por la relación voltaje – corriente por la siguiente expresión

$$i = C \frac{dv}{t}$$

A partir de esta ecuación se puede calcular la unidad de capacitancia, como un ampere - segundo sobre volt, o coulomb sobre volt, con esto encontramos que el farad (F) es un coulomb sobre volt.

De estas ecuaciones podemos deducir características importantes en un capacitor

- No hay corriente a través de un capacitor si el voltaje no cambia con el tiempo. Por lo tanto, un capacitor se comporta como circuito abierto para la cd.
- Puede almacenarse una cantidad finita de energía en un capacitor aun cuando la corriente a través de él sea cero, como cuando el voltaje del capacitor es constante.
- Es imposible poder cambiar, en una cantidad finita, el voltaje en un capacitor en un tiempo cero, ya que esto requiere una corriente infinita a través del capacitor. Un capacitor resiste un cambio abrupto en su voltaje en forma similar a como un resorte resiste un cambio abrupto en su desplazamiento.
- Un capacitor (ideal) nunca disipa energía, solo la almacena.

II

Transformación de Fuentes

Objetivo particular de la unidad

Analizar las características de las fuentes y sus efectos en los circuitos lineales.

Habilidades por desarrollar en la unidad

Resolver circuitos eléctricos con fuentes de voltaje y corriente dependientes e independientes.

II.1Analisis de Mallas y nodos

Saber en la teoría (1 hr)

Identificar circuitos con fuentes de voltaje y corriente dependientes e independientes

Fuentes independientes

Los dispositivos que tienen por objeto suministrar energía a un circuito se les llama fuentes. Las Fuentes son componentes activos de un circuito y se dividen en dos clases: fuentes de voltaje y fuentes de corriente. La figura 2.1.1 muestra el símbolo con el que se representa una fuente de voltaje en los diagramas eléctricos, el voltaje de una fuente se especifica, pero la corriente que pasa por ella la determina el resto del circuito.

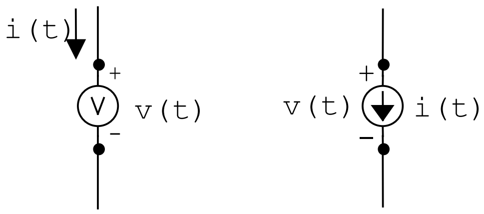


Figura 2.1.1 a) Fuente de voltaje b) Fuente de corriente

Una *fuente independiente de voltaje* proporciona un voltaje especifico, independientemente de la corriente que pasa por ella y de cualquier otra variable del circuito.

Una *fuente independiente de corriente* suministra una corriente que no depende del voltaje a través del elemento fuente, y que es independiente de cualquier otra variable.

Supongamos que la fuente de voltaje sea una batería y que v(t) = 9 volts. Se sabe que el voltaje de esta batería es 9 volts, y es independiente del circuito en el que se usa. Sin embargo, la corriente de esta fuente no se conoce, y depende del circuito en el que se usa. Igualmente para una fuente de corriente, si se especifica una fuente de corriente mediante i(t)=50 miliamperes, deberá pasar por

ella una corriente de 50 miliamperes en cualquier circuito en el que se use. El voltaje a través de esa fuente dependerá del circuito de que se trate.
En realidad, podrá suceder que el voltaje a través de una batería de 9 volts no sea realmente 9 volts. Ese voltaje depende de la edad de la batería, de la temperatura, de las variaciones de fabricación y de la corriente que pasa por ella. Estas son fuentes reales, las fuentes descritas anteriormente se les considera ideales.

Una *fuente ideal* es un generador de voltaje o de corriente independiente de la corriente que pasa por la fuente de voltaje o del voltaje a través de la fuente de corriente.

El corto circuito y el circuito abierto son casos especiales de fuentes ideales. Un corto circuito es una fuente de voltaje en la que v(t) =0, la corriente queda determinada por el resto del circuito. Un circuito abierto es una fuente ideal de corriente para la cual i(t)=0, el voltaje queda determinado por el resto del circuito.

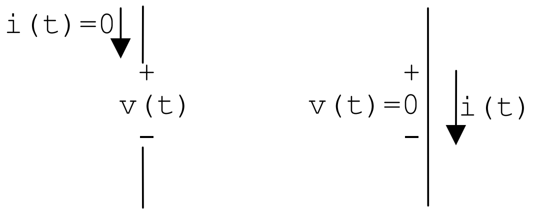


Figura 2.1.2 a) Corto circuito b) Circuito abierto

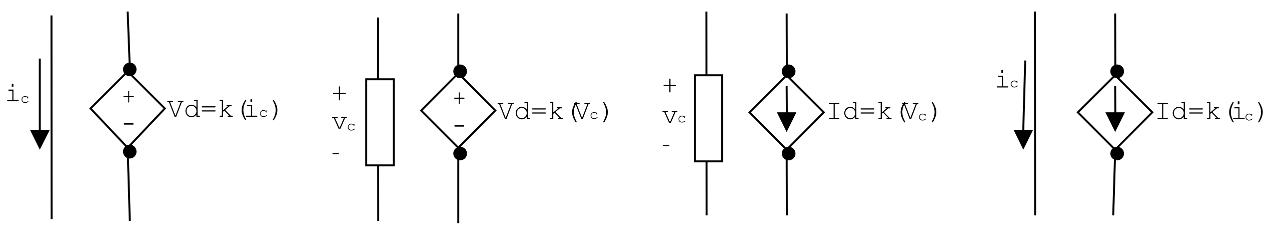
Fuentes Dependientes

Algunos elementos, tales como transistores y los amplificadores funcionan como fuentes controladas. Por ejemplo, el voltaje de salida de un amplificador está controlador por el voltaje que recibe o voltaje de entrada. Estos dispositivos se pueden modelar mediante fuentes dependientes.

Las fuentes dependientes están formadas por elementos, el que controla y el controlado. Hay cuatro tipos de fuente dependiente, que corresponden a las cuatro formas de elegir un elemento controlador y uno controlado.

FVCV: Fuente de voltaje controlada por voltaje. FVCC: Fuente de voltaje controlada por corriente.
FCCV: Fuente de corriente controlada por voltaje y FCCC: Fuente de corriente controlada por corriente

Una fuente dependiente es un generador de voltaje o corriente cuyos valores dependen de otra variable del circuito. Los símbolos que representan las fuentes dependientes se muestran en la Figura 2.1.3



FVCC FVCC FCCV FCCC

Figura 2.1.3 Símbolos para fuentes dependientes de voltaje, k es la ganancia de la fuente controlada.

La constante k en las fuentes controladas es la ganancia de las fuentes controladas, en realidad es un factor de multiplicación de la variable que controla hacia la variable controlada.

Observe la figura 3.3 el elemento que controla la FCCV es el voltaje Vc que existe en un elemento, Vc es la señal que controla en esta fuente dependiente. La corriente Id esta controlada por Vc

Id = k(Vc)

La constante k recibe el nombre de ganancia de la FCCV. El voltaje de la FCCV, (al igual que el que existe en cualquier fuente de corriente) queda determinado por el resto del circuito.

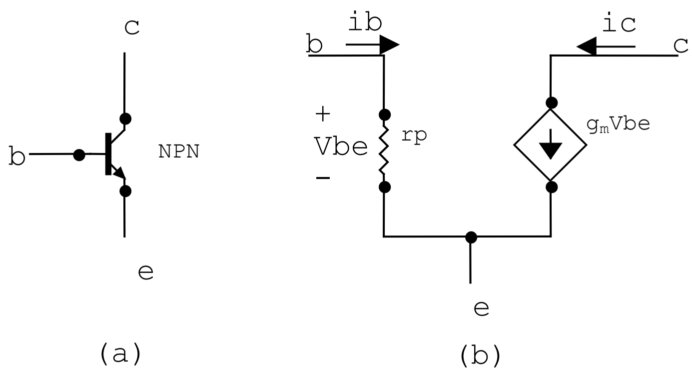


Figura 2.1.4 a) Transistor b) Modelo del transistor

La figura 3.1.4 muestra la aplicación de fuentes dependientes para modelar dispositivos electrónicos. En ciertos casos, el comportamiento del transistor de la figura 2.1.4a se puede representar con el modelo de la figura 2.1.4b. El elemento controlador de la fuente dependiente es el voltaje en los extremos del resistor Vbe. La ganancia de la fuente dependiente es g_m. En este modelo, la fuente dependiente se usa para representar una propiedad del transistor que la corriente Ic es proporcional al voltaje Vbe.

Ic = g_m Vbe

II.2 Transformación de fuentes

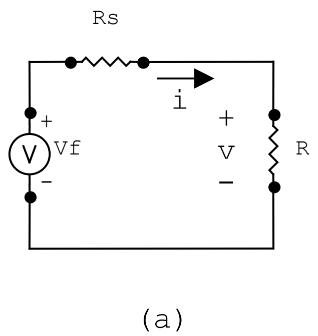
Saber en la teoría (4 hr)
Utilizar transformación de fuentes para la simplificación de circuitos

Una transformación de fuente es un procedimiento para transformar una clase de fuente en otra, conservando las características de la fuente original en las terminales. La transformación de fuente se basa en el concepto de equivalencia .

Un circuito equivalente es aquel cuyas características en las terminales permanecen idénticas a las del circuito original. Esto implica un efecto idéntico en las terminales, no así en el interior de los propios circuitos equivalentes.

Es posible transformar una fuente independiente de voltaje en serie con un resistor en una fuente de corriente en paralelo con un resistor, o viceversa.

Observe los siguientes circuitos



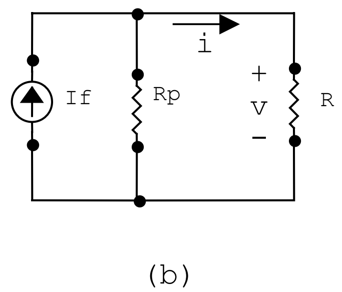


Figura 2.2.1 a) Fuente de voltaje con resistor externo b) Fuente de corriente con una resistencia externa R

Una fuente de voltaje Vf conectada en serie con un resistor Rs, y una fuente de corriente If conectada en paralelo con un resistor Rp son circuitos equivalentes siempre y cuando

Rp = Rs y Vf = Rs If

Al sustituir una fuente de voltaje en serie con un resistor por su circuito equivalente, no cambiara la corriente o el voltaje en el resto del circuito. Lo mismo ocurrirá al reemplazar una fuente de corriente en paralelo con un resistor por su circuito equivalente.

La transformación de fuentes es útil para simplificar circuitos y también pueden serlo en el análisis de nodos o de mallas. El método para transformar una forma de fuente en otra se muestra a continuación.

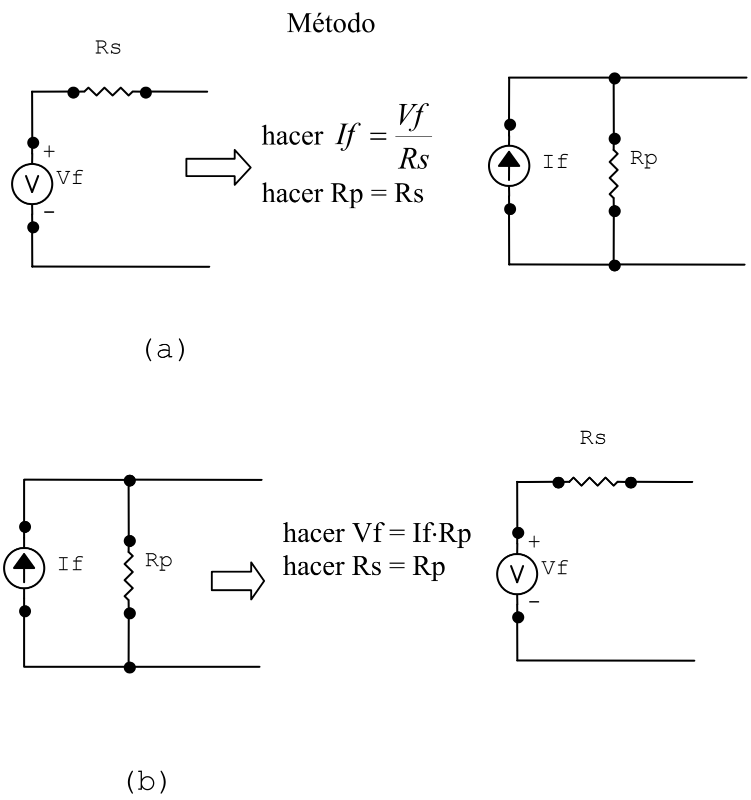


Figura 2.2.2 Método de transformación de fuentes.

Ejemplo 1.

Determine la transformación de fuentes para los circuitos de las figuras 2.2.3

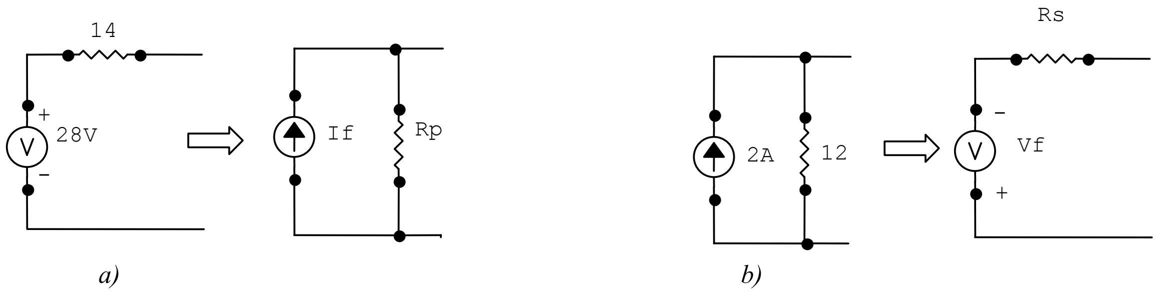


Figura 2.2.3 Circuitos del ejemplo. Todos los resistores en ohms

Solución

Al usar el método resumido de la figura 2.2.2 la fuente de voltaje del circuito a) puede transformarse en una fuente de corriente Rp = Rs = 14Ω. La fuente de corriente equivalente es

$$If = \frac{Vf}{Rs} = \frac{28}{14} = 2A$$

La fuente transformada resultante aparece del lado derecho en la figura 2.3.3a
Para la fuente de corriente del circuito b) se tiene que Rs = Rp = 12Ω. La fuente de voltaje equivalente es
$Vf = if{\cdot}Rp = 2(12) = 24V$

La fuente transformada resultante se muestra del lado derecho en la figura 2.3.3b.

Nótese que el signo positivo de la fuente de voltaje Vf aparece en la terminal inferior, puesto que la corriente de la fuente fluye hacia abajo.

Ejemplo 2.

Calcule la corriente i del circuito de la figura 2.2.4 simplificando parte del circuito que se encuentra a la derecha de las terminales a-b a su forma más sencillo empleando transformaciones de fuentes.

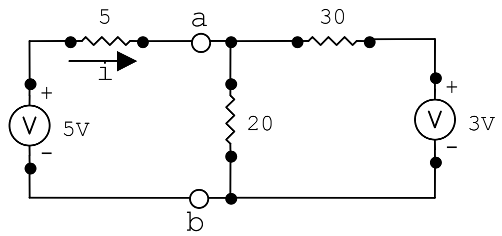


Figura 2.2.4 Circuito del ejemplo 2. Resistencias en ohms

Solución

El primer paso es transformar el resistor en serie y la fuente de 3V por su equivalente de fuente de corriente y resistencia en paralelo. Asi, Rp=Rs =30Ω. La fuente de corriente es

$$If = \frac{Vf}{Rs} = \frac{3}{30} = 0.1A$$

como se muestra en la figura 2.2.5a combinando las dos resistencias en paralelo se obtiene una Rp2=12Ω como aparece en la figura.2.2.5b

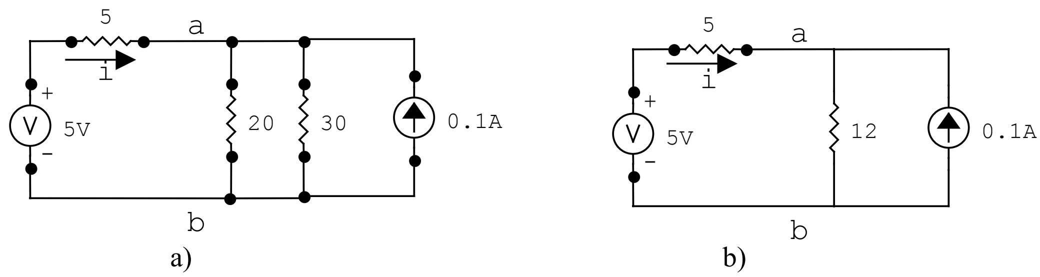


Figura 2.2.5 Pasos en la transformación de fuentes del ejemplo 2.

La resistencia de 12V y la fuente de corriente de 0.1A se pueden transformar en una fuente de voltaje en serie con Rs2=Rp2=12Ω. La fuente de voltaje Vf equivalente es

Vf = If·Rs2 = 0.1(12) 0 1.2V

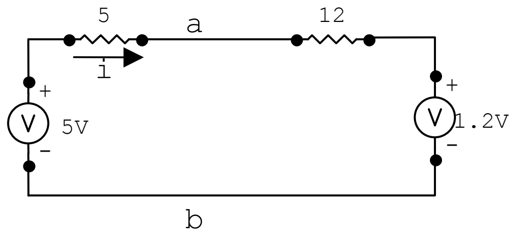


Figura 2.2.6 Circuito simplificado para el ejemplo 2.

La transformación de fuentes no perturba las corrientes y los voltajes en el resto del circuito, por tanto, la corriente i en el circuito original (figura 2.2.4) es igual a la corriente i del circuito simplificado (figura 2.2.6)

Por ultimo la corriente i se determina aplicando LVK en torno al lazo cerrado de la figura 2.2.6

$$-5+5i+12i+1.2=0$$

$$-3.8+17i=0$$

$$i=\frac{3.8}{17}=0.224A$$

Saber hacer en la practica (7 hr)

Resolver circuitos eléctricos con fuentes de voltaje y corriente dependientes e independientes

Ejemplo 1

Resuelva el circuito para obtener el voltaje y la corriente por la resistencia R1

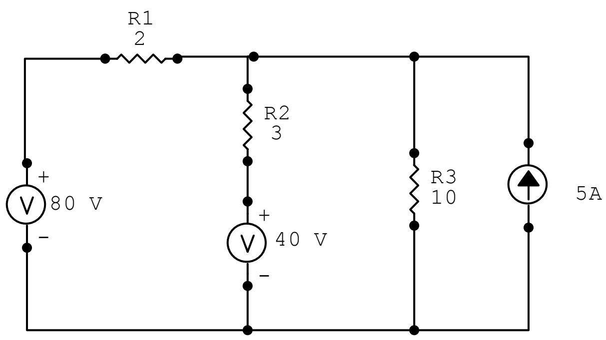


Figura 2.3.1 Circuito del ejemplo 1

Utilizando transformación de fuentes para la fuente de corriente de la derecha y la resistencia R3, obtenemos una fuente de voltaje V=R·I = 10(5) =50V y una resistencia en serie R3=Rs=10Ω como se muestra en la figura 2.3.2

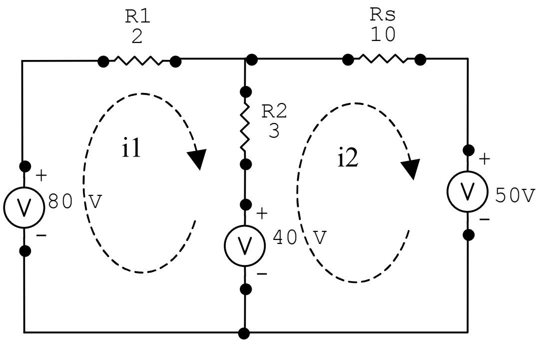


Figura 2.3.2 Circuito equivalente con fuentes de voltaje únicamente

Ahora tenemos dos mallas, a las cuales les asignamos dos corrientes de malla i1 y i2, que van en sentido de las manecillas del reloj. Ahora podemos aplicar LVK en estas dos mallas.
Recuerde que:

- La suma de voltajes en una trayectoria cerrada es siempre cero (LVK)
- Al utilizar las corrientes de malla tomamos el signo de las caídas de tensión siguiendo el sentido de las corrientes de malla (convención pasiva)
- La corriente que pasa entre dos mallas es la diferencia de las corrientes de malla.

Utilizando LVK en la malla 1.

$$-80 + VR1 + VR2 + 40 = 0$$

$$-80 + 2(i1) + 3(i1 - i2) + 40 = 0$$

$$-40 + 5(i1) - 3(i2) = 0$$

$$5(i1) - 3(i2) = 40$$

Esta será nuestra primera ecuación.

Ahora aplicamos LVK en la malla 2.

$$-40 + VR3 + VRs + 50 = 0$$

$$-40 + 3(i2 - i1) + 10(i2) + 50 = 0$$

$$10 - 3(i1) + 13(i2) = 0$$

$$-3(i1) + 13(i2) = -10$$

Esta es nuestra segunda ecuación, por lo que tenemos 2 ecuaciones y dos incógnitas. Podemos resolver estas ecuaciones por distintos métodos, utilizaremos el de suma-resta, multiplicando la primer ecuación por 3/5 para eliminar i1.

$$\begin{array}{l} \frac{3}{5}\left(5(i1) - 3(i2) = 40\right) \\ \underline{-3(i1) + 13(i2) = -10} \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 3(i1) - \tfrac{9}{5}(i2) = 24 \\ \underline{-3(i1) + 13(i2) = -10} \\ 0 + 11.2(i2) = 14 \end{array} \rightarrow \quad i2 = \frac{14}{11.2} = 1.25$$

por ultimo obtenemos i1 despejando de la primer ecuación

$$5(i1) = 40 + 3(i2)$$
$$i1 = \frac{40 + 3(1.25)}{5}$$
$$i1 = 8.75A$$

El voltaje en la Resistencia R1 VR1=R1·i1=2(8.75) =**17.5V**

Ejemplo 2.

Determinar el valor de la corriente im del circuito siguiente

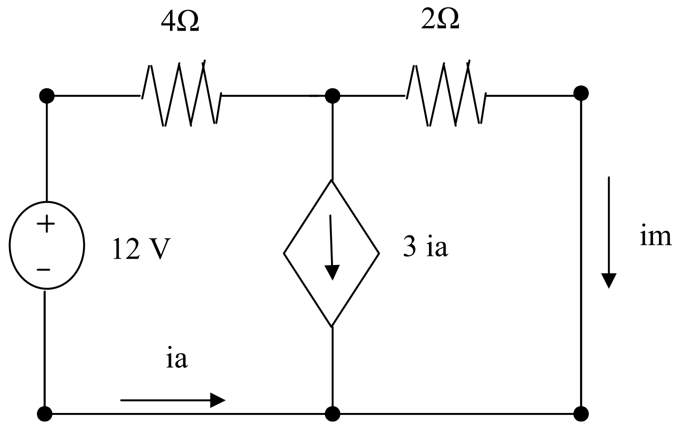


Figura 2.3.3. Circuito con fuente de corriente dependiente

Redibujamos el circuito para etiquetar los nodos.

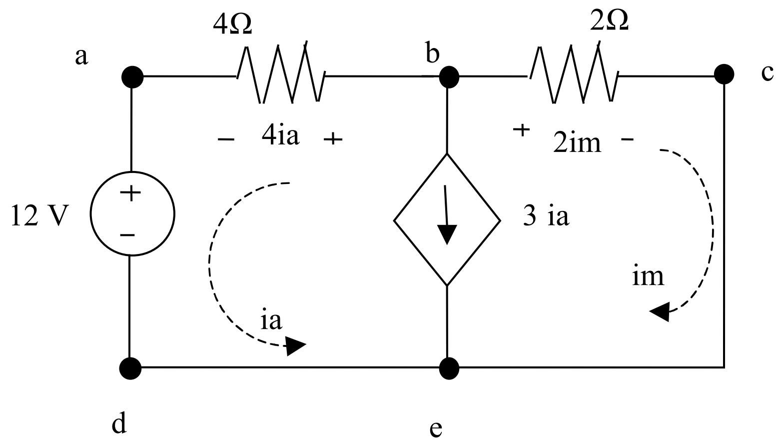


Figura 2.3.4. Circuito equivalente después de etiquetar los nodos y algunas corrientes y voltajes de los elementos.

El punto **d** y **e** es un mismo nodo. Aplicando Ley de Ohm en la resistencia de 4 Ω tenemos que el voltaje es 4·ia, y en la resistencia de 2Ω el voltaje es 2·im, ambos se etiquetaron en la figura 2.3.4.

Recuerde que:
- La suma aritmética de las corrientes en un nodo es igual a cero (LCK)
- Las corrientes entrantes a un nodo se le toma signo positivo, y las corrientes salientes como negativas
- La corriente en elementos en serie siempre es la misma.

Al aplicar LCK en el nodo **b** da por resultado

$$-ia - 3ia - im = 0$$

$$-4ia - im = 0$$

$$ia = \frac{-im}{4}$$

Al aplicar LVK en la trayectoria cerrada a, b, c, e, d, a da por resultado

$$-4ia + 2im - 12 = 0$$

ahora ya tenemos 2 ecuaciones y dos incógnitas, resolvemos por el método de sustitución.

$$-4\left(\frac{-im}{4}\right) + 2im - 12 = 0$$

$$im + 2im = 12$$

$$3im = 12$$

$$im = \frac{12}{3} = 4A$$

Ejemplo 3.
Obtenga el valor de la corriente de la fuente dependiente del siguiente circuito

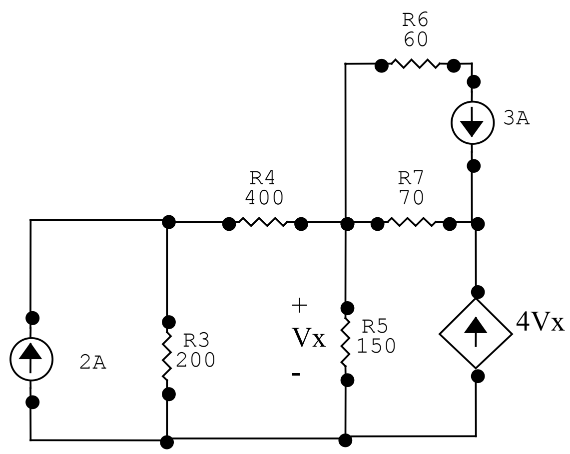


Figura 2.3.5 Circuito con FCCV para ejemplo 3.

Primero analizamos el circuito y tratamos de reducirlo, y observamos que la fuente de 2A la podemos convertir a fuente de voltaje. Donde R3=Rs=200Ω y el voltaje de la fuente Vs=RI=200(2)=400V.

Después podemos ver que las resistencias Rs y R4 están en serie y podemos sumarlas para luego convertir nuevamente la fuente de voltaje en fuente de corriente, como se ve en la figura 2.2.6 Rp=600 y la fuente de corriente Ip=Vs/600 = 0.666A

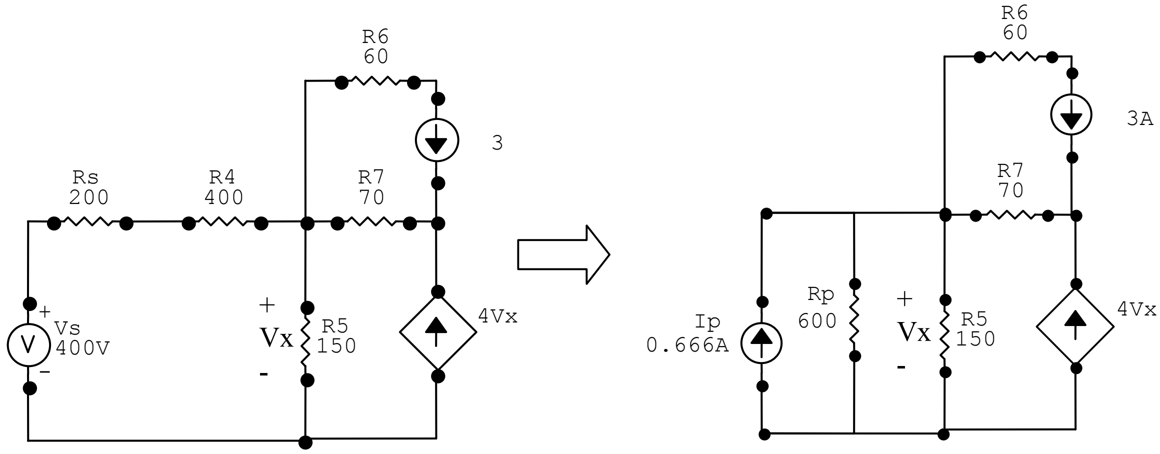


Figura 2.2.6 Simplificación del circuito por transformación de fuentes

Por ultimo vemos que Rp y R5 están en paralelo por lo que el voltaje Vx se mantiene, la resistencia equivalente es 120Ω. El circuito simplificado se muestra en la figura 2.2.7, como se puede ver ahora solo tenemos 4 nodos y 3 mallas, por lo que el circuito quedo simplificado.

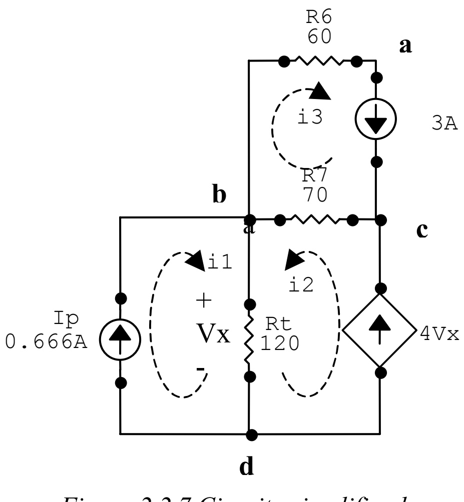


Figura 2.2.7 Circuito simplificado.

Podemos ver que existen 3 corrientes de mallas, i1, i2 e i3. Donde

i1=0.666A

i2 =4Vx

i3=3A

Por ultimo el voltaje Vx es

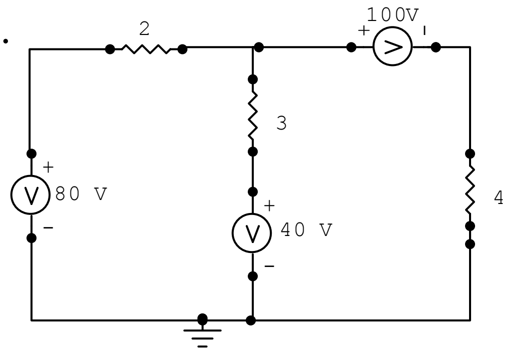
$$Vx = Rt(i1 + i2) = 120(i1) + 120(i2) = 120(0.666) + 120(4Vx)$$
$$Vx = 80 + 480Vx$$
$$Vx = \frac{-80}{480-1} = \frac{-80}{479} = -0.167V$$

Por tanto la fuente de corriente dependiente es de 4Vx=4(-0.167)=-0.668A = **-668mA**

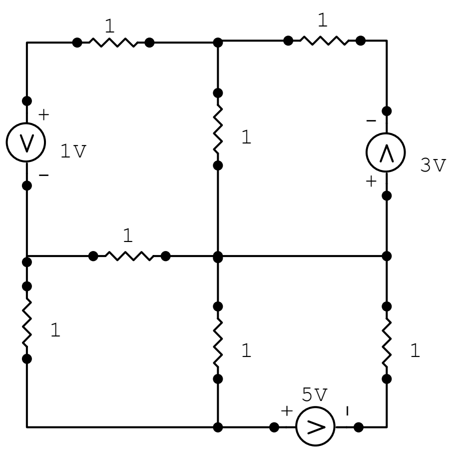
Ejercicios Propuestos

Calcule las corrientes de malla de los siguientes circuitos

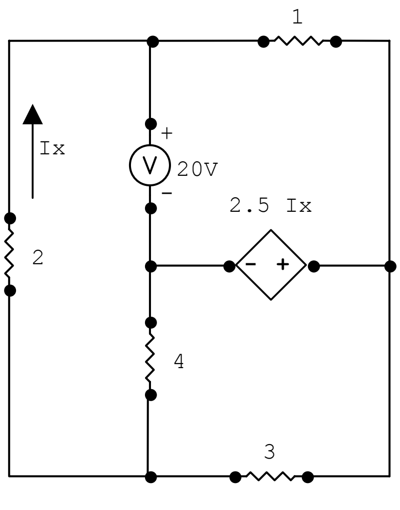
1.



2.

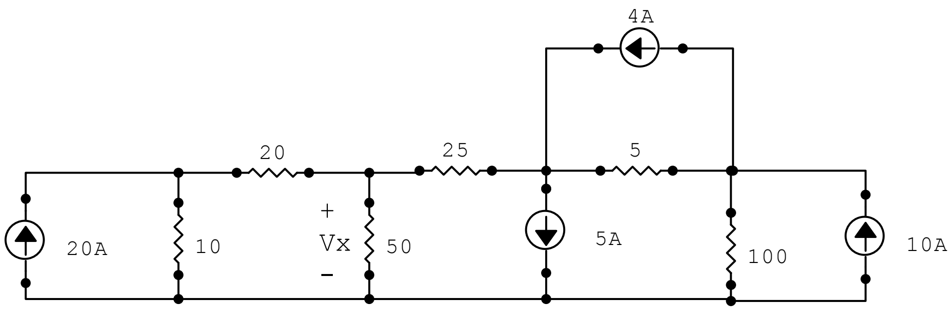


3.

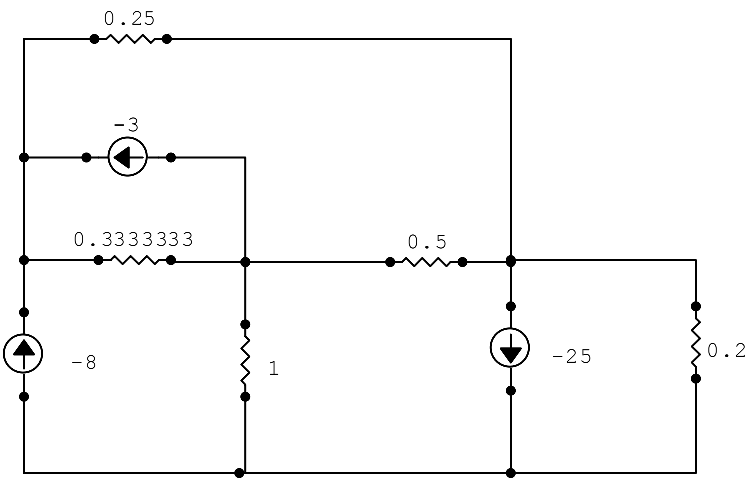


Calcule Vx en los siguientes circuitos

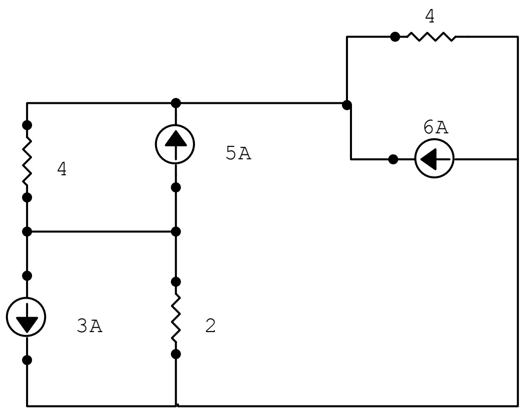
1.



2.



3.

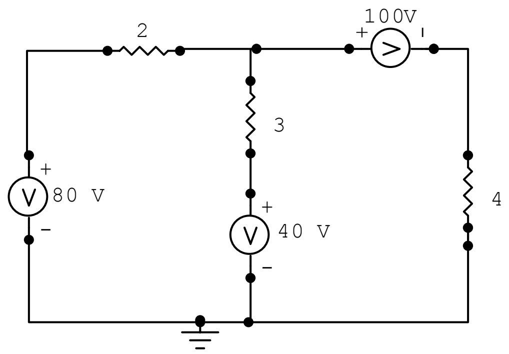


II.3 Simulación de circuitos eléctricos con diferentes tipos de fuentes

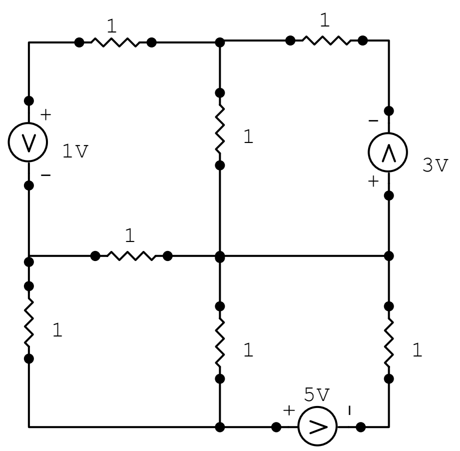
Saber en la teoría (0 hr)
Hacer en la Practica (8 hr)
Simular en software gráfico circuitos eléctricos con fuentes de voltaje y corriente dependientes e independientes

Simule en el software CircuitMaker los siguientes circuitos y obtenga los voltajes y corrientes para cada resistencia. Y compruebe resultados de los ejercicios realizados.

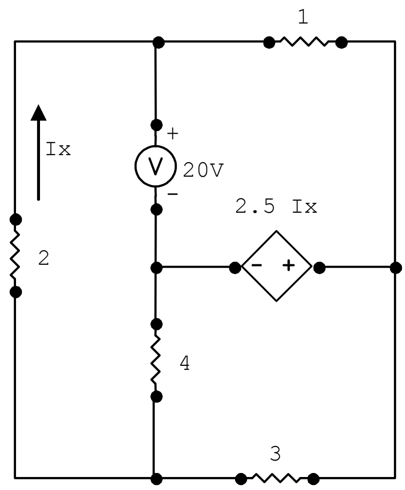
1.



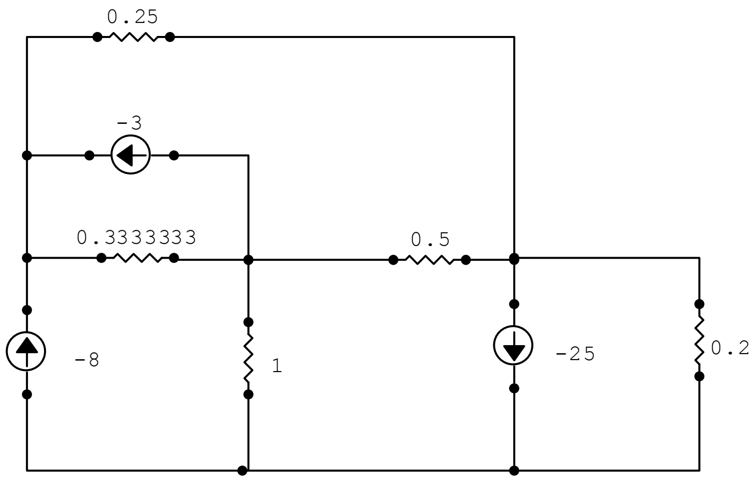
2.



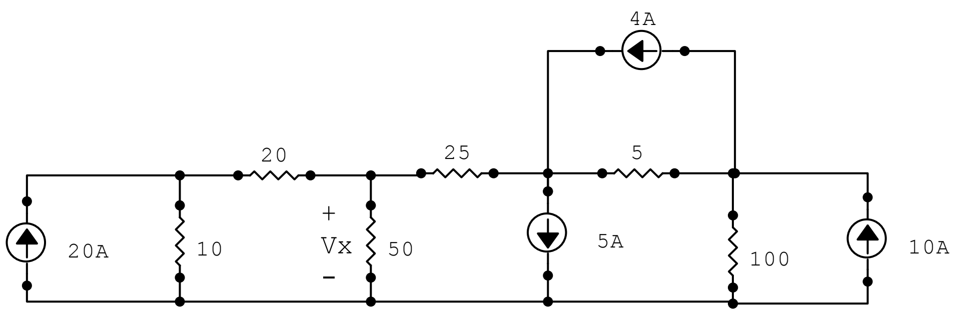
3.


1
Ix
+
V
20V
-
2.5 Ix
- +
2
4
3

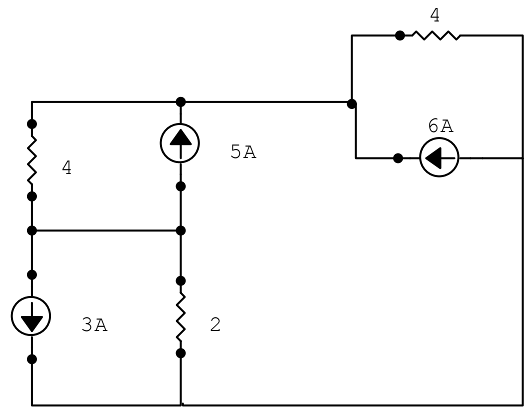
4.


0.25
-3
0.3333333
0.5
-8
1
-25
0.2

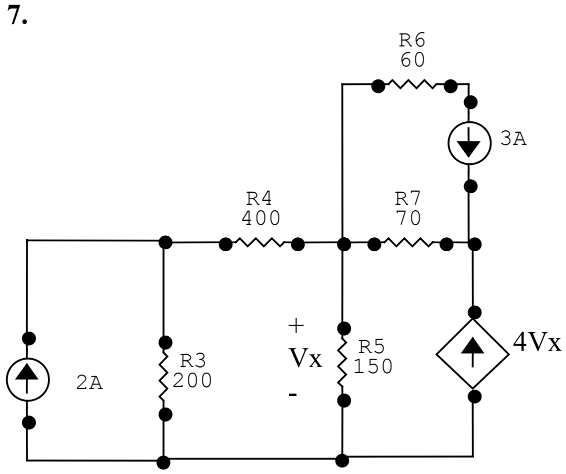
5.


4A
20
25
5
+
Vx
-
20A
10
50
5A
100
10A

6.



7.



III

Teorema de superposición

Objetivo particular de la unidad

Resolver circuitos eléctricos lineales aplicando el teorema de superposición

Habilidades por desarrollar en la unidad

Resolver circuitos resistivos aplicando teorema de superposición y software de simulación

III.1 Introducción.

Saber en la teoría (1 hr)

Comprender los conceptos de linealidad y proporcionalidad.

Un dispositivo o un elemento se define como *lineal* si la excitación y la respuesta del elemento tienen ciertas propiedades. Considérese el elemento de la figura 3.1. la excitación es la corriente **i** y la respuesta es el voltaje **v** cuando el elemento se somete a una corriente $\mathbf{i_1}$, proporciona una respuesta $\mathbf{v_1}$. Asimismo si se somete una corriente $\mathbf{i_2}$ su respuesta es $\mathbf{v_2}$.

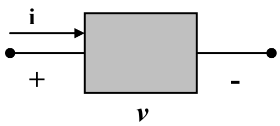


Figura 3.1.1 Elemento con una corriente de excitación i y una respuesta v.

Para que un circuito sea lineal, es necesario que la excitación $\mathbf{i_1} + \mathbf{i_2}$ produzca una respuesta $\mathbf{v_1} + \mathbf{v_2}$. Esto suele llamarse *principio de superposición*.

Más aun, es necesario que la magnitud del factor de escala se preserve en un elemento lineal. Si el elemento se somete a excitación ***k*i**, donde ***k*** es un factor constante, entonces es necesario que la respuesta de un dispositivo lineal sea igual a ***k*v.** Ésta es la llamada *propiedad de homogeneidad*.

Un circuito es lineal si, y solo si, se satisfacen las propiedades de superposición y homogeneidad para todas las excitaciones y respuestas.

Ejemplo 3.1.1
Considere el elemento representado por la siguiente relación entre voltaje y corriente.
$v = R \cdot i$
Determine su este elemento es lineal.

Solución

La respuesta a la corriente i_1 e i_2 es.
$v_1 = R \cdot i_1$
$v_2 = R \cdot i_2$

la suma de estas respuesta es

$v_1 + v_2 = R \cdot i_1 + R \cdot i_2 = R(i_1 + i_2)$

Debido a que la suma de las respuestas a i_1 e i_2 es igual a la respuesta a $i_1 + i_2$ se satisface el principio de superposición.

Después considere el principio de homogeneidad. Debido a que
$v_1 = R \cdot i_1$

entonces, para una excitación $i_2 = k \cdot i_1$ se tiene
$v_2 = R \cdot i_2 = R \cdot k \cdot i_1$

en consecuencia
$v_2 = k \cdot v_1$

satisface el principio de homogeneidad. Dado que satisface estos dos principio entonces es lineal.

Ejemplo 3.1.2
Considere el elemento representado por la siguiente relación entre voltaje y corriente.
$v = i^2$
Determine su este elemento es lineal.

Solución

La respuesta a la corriente i_1 e i_2 es.
$v_1 = i_1^2$
$v_2 = i_2^2$

la suma de estas respuesta es
$v_1 + v_2 = i_1^2 + i_2^2$

la respuesta de $i_1 + i_2$ es
$(i_1 + i_2)^2 = i_1^2 + 2 \cdot i_1 \cdot i_2 + i_2^2$

Debido a que
$i_1^2 + i_2^2 \neq (i_1 + i_2)^2$

no se satisface el principio de superposición. Entonces no es lineal.

III.2 Superposición

Saber en la teoría (2 hr)

Identificar el teorema de superposición y sus ventajas.

El principio de superposición establece que en un circuito lineal formado por elementos lineales y fuentes independientes, se puede determinar la respuesta total calculando la respuesta a cada fuente independiente haciendo cero todas las demás fuentes individuales. En este caso, la respuesta que se busca puede ser una corriente o un voltaje. En otras palabras

El principio de superposición exige que el efecto total de varias causas que actúan simultáneamente sea igual a la suma de los efectos de las causas individuales actuando una a la vez.

Para aplicar el principio de superposición se requiere desactivar (inhabilitar) todas las fuentes independientes menos una y calcular la respuesta debida a esa fuente. Después se repite el proceso inhabilitando todas, menos una segunda fuente. La respuesta total será la suma de todas las respuestas individuales.

En primer lugar se advierte que cuando se considera una fuente independiente, las demás se fijan en cero. Entonces:

Una fuente independiente de voltaje aparece como un corto circuito con voltaje cero en sus terminales

Una fuente independiente de corriente aparece como un circuito abierto, no fluye corriente alguna entre sus terminales.

Ejemplo. 3.2.1
Encuentre la corriente i del siguiente circuito. Todas las resistencias están en ohms.

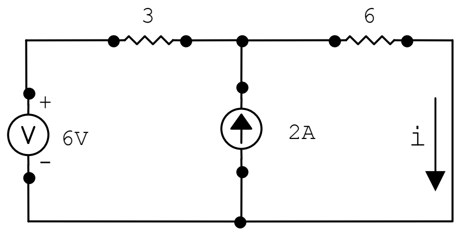


Figura 3.2.1Circuito que contiene 2 fuentes independientes.

Solución
Las fuentes independientes proporcionan las entradas al circuito. La corriente i es la respuesta de dos entradas, la fuente de voltaje y la fuente de corriente. El principio de superposición nos dice que se puede determinar la respuesta debida a cada entrada cuando éstas actúan en forma separada, y sumarlas para obtener la respuesta total.

Primero se hace la corriente de la fuente igual a cero, entonces la fuente aparece como un circuito abierto como se muestra en el circuito de la figura 3.2.2. La corriente i_1 representa la porcion de corriente i que es la respuesta debida a la fuente de voltaje.

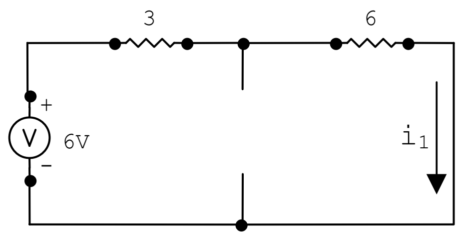


Figura 3.2.2 Circuito con fuente de corriente igual a cero.

Los 6 Volts de la fuente de voltaje aparecen a través de la combinación en serie de los resistores de 3Ω y 6Ω, por tanto

$$i_1 = \frac{6}{9}A$$

Para el segundo paso, se hace la fuente de voltaje igual a cero, reemplazándola con un corto circuito, como se muestra en la figura 3.2.3. La porción de la corriente i debida a la fuente de corriente se denomina i_2,

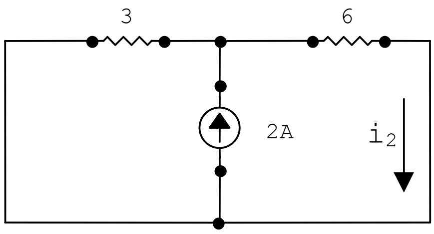


Figura 3.2.3 Circuito con fuente de voltaje igual a cero

La corriente i_2 se obtiene mediante el principio del divisor de corriente como

$$i_2 = \frac{3}{3+6} \cdot 2 = \frac{6}{9}A$$

La corriente total es la suma de i_1 e i_2

Ejemplo 3.2.2
Calcule la corriente i en el circuito de la siguiente figura. Todas las resistencias están en ohms.

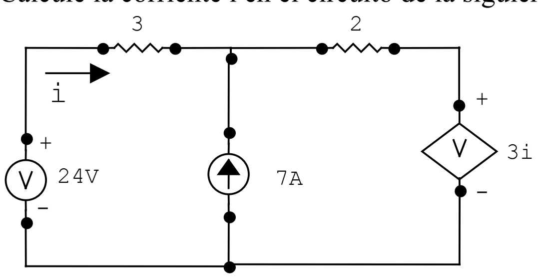


Figura 3.2.4. Circuito con 2 fuentes dependientes y una fuente dependiente de voltaje

Solución
Hace falta determinar la corriente i que se debe a dos fuentes independientes. Primero se determina la corriente resultante de la fuente independiente de voltaje.
La fuente de voltaje se hace cero y se reemplaza por un corto circuito, como se ve en la figura 3.2.5

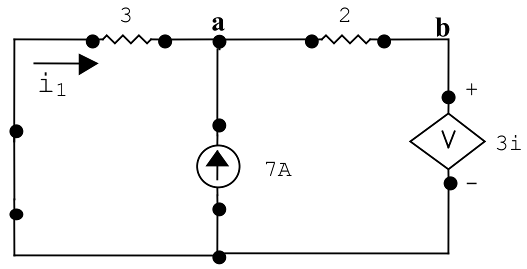


Figura 3.2.5 Circuito con la fuente de corriente activada y la de voltaje desactivada

Con la fuente de voltaje en cero se determina la corriente i1, debida a la fuente de corriente. Al aplicar LCK en el nodo **a** se obtiene

$$-i_1 - 7 + i_{R2} = 0$$

$$i_{R2} = \frac{va - vb}{2}$$

$$vb = 3i$$

$$i_{R2} = \frac{va - 3i}{2}$$

$$i_1 = \frac{-va}{3}$$

$$-i_1 - 7 + \frac{va - 3i_1}{2} = 0$$

despejamos *va* para tener todo en función de i_1 que es la que nos interesa.

$$va = -3i_1$$

$$-i_1 - 7 + \frac{-3i_1 - 3i_1}{2} = 0$$

$$-i_1 - 7 - \frac{6i_1}{2} = 0$$

$$-i_1 - 7 - 3i_1 = 0$$

$$-4i_1 = 7$$

$$i_1 = -\frac{7}{4}$$

La segunda parte consiste en hacer la fuente de corriente independiente cero, sustituyéndola por un circuito abierto como se ve en la figura 3.2.6.

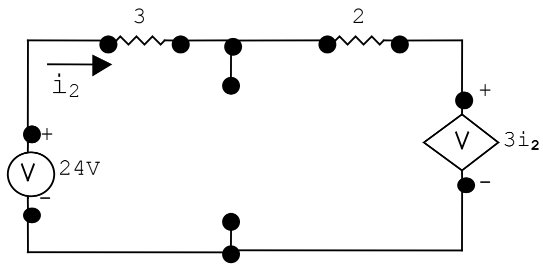


Figura 3.2.6 Circuito con la fuente de corriente desactivada y la fuente de voltaje activada

La corriente i_2 representa la parte de la corriente i que resulta de la fuente de voltaje independiente Aplicando LVK alrededor de la malla

$$-24 + 3i_2 + 2i_2 + 3i_2 = 0$$
$$-24 + 8i_2 = 0$$
$$i_2 = \frac{24}{8} = 3A$$

Entonces la corriente total es

$$i = i_1 + i_2 = 3 - \frac{7}{4} = \frac{5}{4} A$$

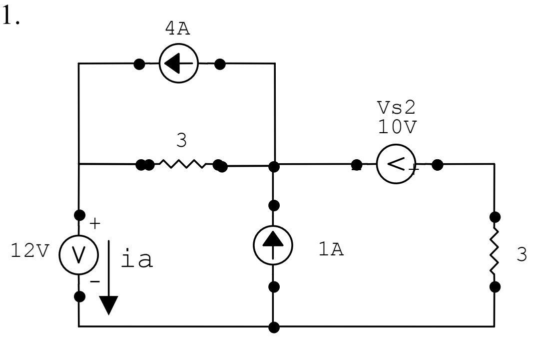
Saber hacer en la practica (3 hr)

Resolver circuitos resistivos aplicando el teorema de superposición.

Ejercicios por realizar.

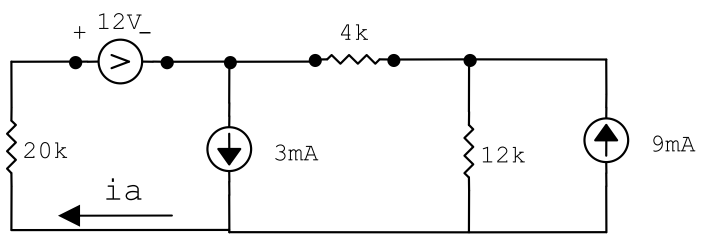
Use superposición para calcular i_a en cada uno de los circuitos mostrados. Todas las resistencias están en Ohms

1.



Respuesta: ia=1A

2.



Respuesta: ia=-2mA

Unidad IV
TEOREMA DE THÉVENIN Y NORTON

Objetivo Particular
Resolver circuitos eléctricos lineales aplicando los teoremas de Thévenin, Norton y Máxima Transferencia.

Habilidades por desarrollar en la unidad
Simplificar circuitos mediante los teoremas de Thévenin, Norton y Máxima Transferencia de potencia

IV.1 TEOREMA DE THÉVENIN

Saber en la teoría (2 hrs)

Obtener el equivalente de Thévenin de circuitos resistivos con fuentes independientes, dependientes y sin fuentes independientes.

Dado cualquier circuito ***lineal*** se puede arreglar en la forma de 2 redes (A, B) conectadas por conductores perfectos. (Fig. 4.1)

Es importante notar que si existen fuentes dependientes el parámetro de control debe quedar en la misma red.

TEOREMA DE THÉVENIN: Se puede sustituir todo excepto el resistor de carga (si existe), por **una fuente de tensión independiente en serie con un resistor**.

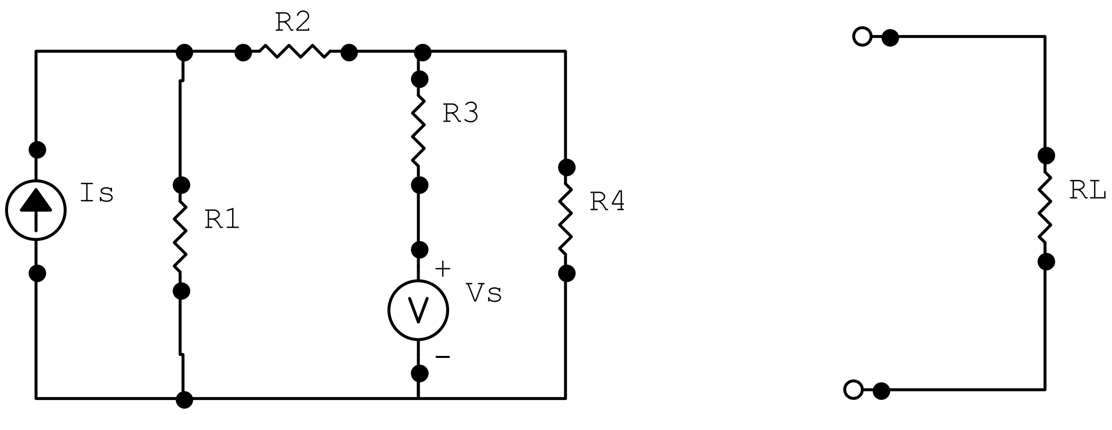


Fig. 4.1 “División de un circuito complejo en dos redes”

Donde la fuente de tensión tendrá una magnitud igual al **voltaje de circuito abierto V_{oc}**, y la **resistencia de Thévenin R_{TH}** será igual a la resistencia equivalente de la red A "muerta"

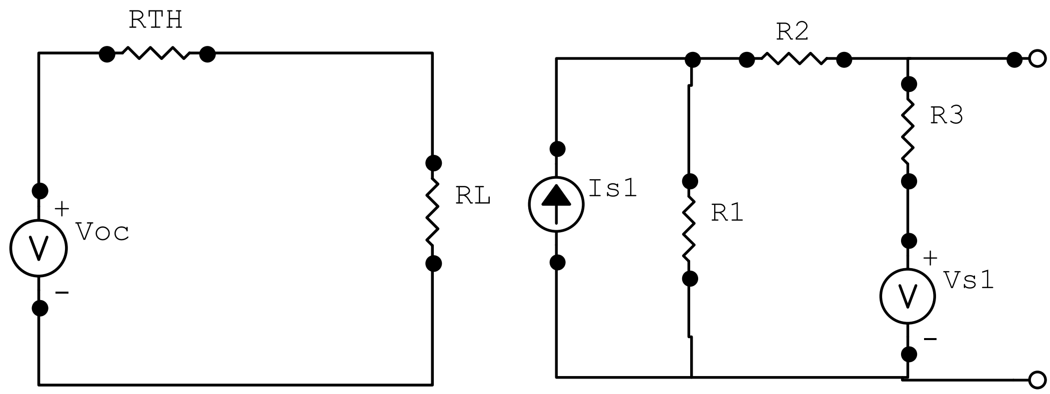


Fig. 4.2 "Representación del equivalente de Thévenin y el circuito de la red A remplazada"

Para calcular V_{OC} se deberá hacer uso de las técnicas antes revisadas para el análisis de circuitos.

Para obtener la **resistencia de Thévenin** se deben ***matar*** las fuentes independientes (**las fuentes de tensión se remplazan por un corto circuito, y las fuentes de corriente por un circuito abierto**).

Recuerde que las fuentes dependientes no pueden matarse.

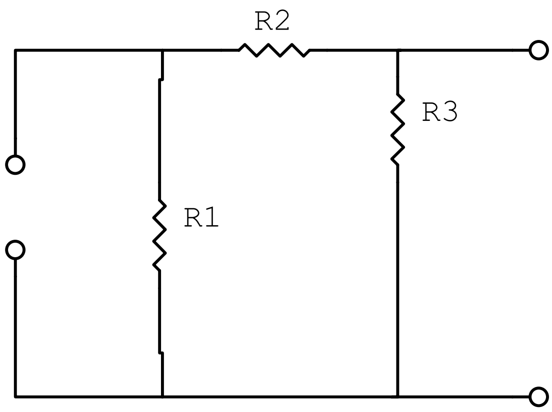


Fig. 4.3 "Representación de la red A "muerta" que será utilizado para calcular $R_{TH}=(R_1+R_2) // R_3$ **(solo para este ejemplo)"**

En el análisis de un circuito mediante el Teorema de Thévenin pueden encontrarse 3 casos:

CASO I: El circuito está formado solamente por **resistores y fuentes independientes:**

En este caso debe calcularse V_{OC} y R_{TH} de la forma expuesta.

CASO II: El circuito está formado por **resistores fuentes independientes y *dependientes***.

En este caso debe calcularse V_{OC} de la forma expuesta, sin embargo R_{TH} no puede calcularse como el equivalente de la red "muerta" ya que las fuentes independientes no pueden suprimirse; por lo tanto deberá calcularse La corriente de corto circuito I_{SC}, que es la corriente que circularía por las terminales x-x' al ser cortocircuitadas, y posteriormente R_{TH} como el cociente de V_{OC}/I_{SC}.

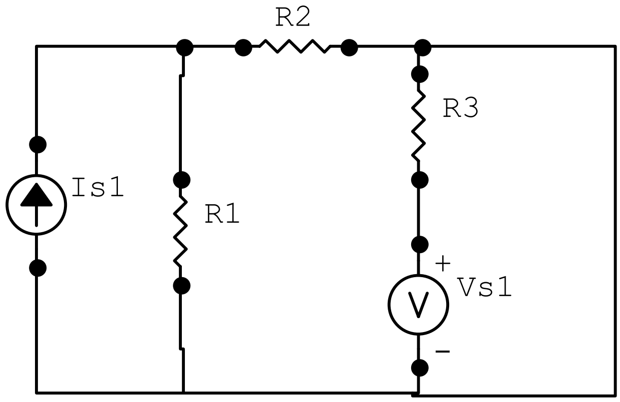


Fig. 4.4 "Representación de la red A cortocircuitada en sus terminales x-x'"

CASO III. En el circuito **no hay fuentes independientes**.

En el caso de no haber fuentes independientes se debe usar una fuente de prueba (de voltaje V_{prueba}=1 V; o de corriente I_{prueba}=1 A), la cual se conectará a las terminales x-x', para posteriormente encontrar el parámetro faltante (I o V) y calcular R_{TH} como el cociente de V_{OC}/I_{SC}.

En este caso el equivalente de Thévenin solamente estará determinado como una resistencia R_{TH}, ya que la fuente de voltaje tendría un valor real de 0 Volts.

IV.2 TEOREMA DE NORTON

Saber en la teoría (2 hrs)

Obtener el equivalente de Norton de circuitos resistivos con fuentes independientes, dependientes y sin fuentes.

TEOREMA DE NORTON: Se puede sustituir todo excepto el resistor de carga (si existe), por **una fuente de corriente independiente en paralelo con un resistor**.

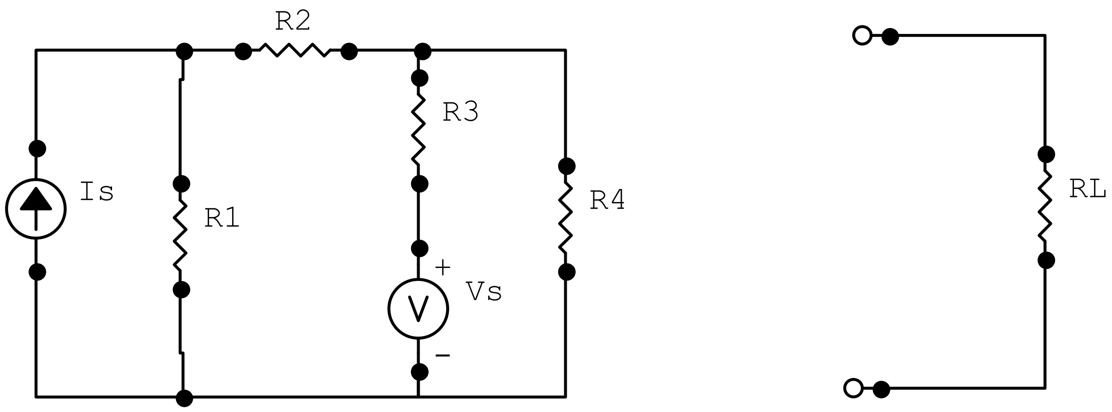


Fig. 4.5 "Representación de la red A cortocircuitada en sus terminales x-x'"

Para determinar el equivalente de Norton se puede **partir del equivalente de Thévenin mediante una transformación de fuentes** o a partir de la **división de un circuito en dos redes A y B, remplazar la red A por una fuente de corriente I_{SC} con una resistencia en paralelo R_{TH}.**

Para determinar el valor de la fuente de corriente se debe cortocircuitar la red A y obtener la corriente I_{SC} que circula por el conductor que cortocircuita las terminales x-x'.

De forma análoga al equivalente de Thévenin, se deben considerar los casos expuestos, y en el caso de que se presenten fuentes dependientes e independientes, calcular V_{OC} y R_{TH}. Si no hay fuentes independientes será necesario poner una fuente de prueba y calcular los parámetros I_{SC} o V_{OC} (según sea el caso) y posteriormente R_{TH} (que será en sí el equivalente de Norton.

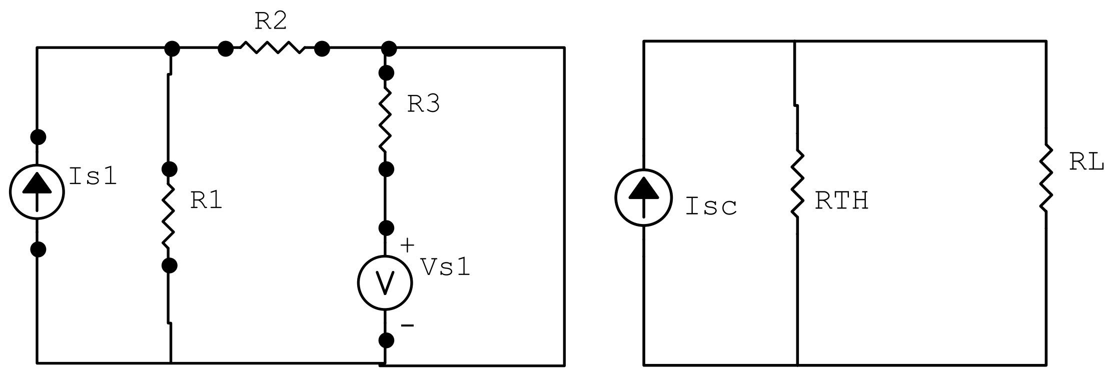


Fig. 4.6 “Representación de la red A cortocircuitada en sus terminales x-x y equivalente de Norton’”

Es importante resaltar que aunque se enfocan los teoremas de Thévenin y Norton a circuitos lineales, se pueden aplicar a circuitos en los cuales la <u>red B es NO LINEAL</u>, aunque la red **A debe ser lineal.**

Existen otros métodos como pueden ser sustituir la red B por una fuente de tensión V_S, para posteriormente analizar la red A para obtener i (V_S=ai+b; donde a=R_{TH} y b=V_{OC}; o; aplicar una fuente de corriente I_S para posteriormente determinar v; entonces V_S=ai_S+b; pero generalmente los otros métodos serán más fáciles y más rápidos.

Todas las corrientes y tensiones en la red B permanecerán invariables al sustituirse la red A por el equivalente de Thévenin o el equivalente de Norton.

IV.3 TEOREMA DE MÁXIMA TRANSFERENCIA DE POTENCIA.

Calcular la máxima transferencia de potencia de circuitos resistivos.

Saber en la teoría (2 hrs)

Teorema de transferencia de potencia máxima. Una fuente de tensión independiente en serie con una resistencia R_S, o una fuente de corriente independiente en paralelo con una resistencia R_S, suministra una potencia máxima a esa resistencia de carga R_L para la cual $R_L=R_S$.

Fig. 4.7 "Fuente de tensión práctica'"

Existe una **diferencia entre las fuentes prácticas y las ideales**. En las últimas suponemos que el voltaje proporcionado en sus terminales es el mismo independientemente de la carga conectada (con o sin carga); mientras que **una fuente práctica proporciona un voltaje cuando sus terminales están en circuito abierto y menos voltaje cuando pasa corriente a través de sus terminales**.

$$P_L = i_L^2 R_L = \left(\frac{V_S}{R_S + R_L} \right)^2 R_L \qquad P_L = \frac{V_s^2}{4R_L}$$

Se puede extender el teorema de potencia máxima a un circuito lineal, en términos de la resistencia equivalente de Thévenin de la Red.

Una red suministra la potencia máxima a una resistencia de carga R_L, cuando R_L es igual a la resistencia equivalente de Thévenin.

Saber Hacer en la practica (2 hrs.)

Resolver circuitos resistivos utilizando el teorema de Thévenin

Ejemplo 1: "Teorema de Thévenin circuito con fuentes independientes solamente".

"Determine el equivalente de Thévenin para el circuito mostrado en la figura, visto desde la resistencia de carga R_L"

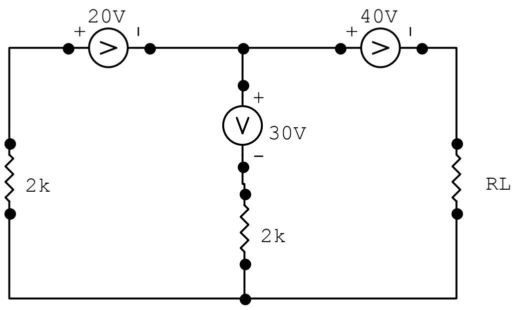
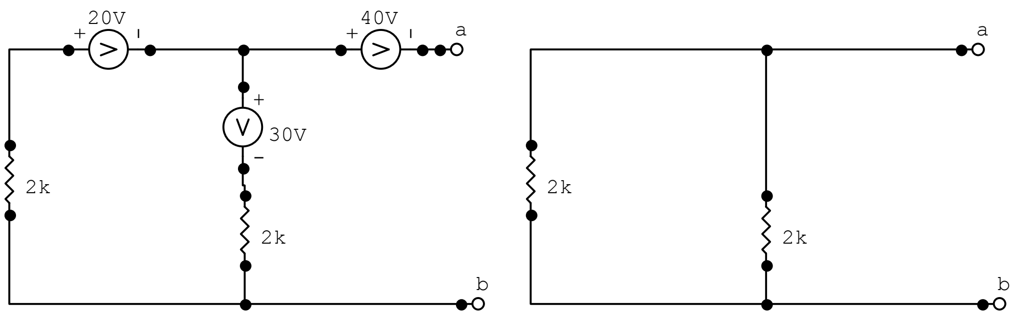


Fig. 4.8 " Figura del circuito del ejemplo 1"

1. Si separamos la Red A y suprimimos o "matamos" las fuentes independientes, tenemos el siguiente circuito para determinar la Resistencia de Thévenin:

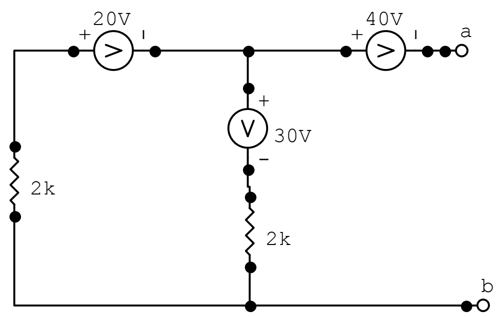


a) b)

Fig. 5.9 " a) Red A; b) Red A *muerta* (suprimiendo las fuentes de voltaje y sustituyendo por cortos circuitos) "

$$R_{eq} = R_{TH} = 2000 // 2000 = \frac{(2000 * 2000)}{(2000 + 2000)} = 1000\ \Omega$$

2. Si calculamos el voltaje de circuito abierto $V_{OC}=V_{ab}$, tenemos:



Analizando la malla y aplicando LKT:

$$2000i + 20 + 30 + 2000i = 0$$
$$4000i = -50$$
$$\therefore i = \frac{-50}{4000} = -0.0125\ A$$

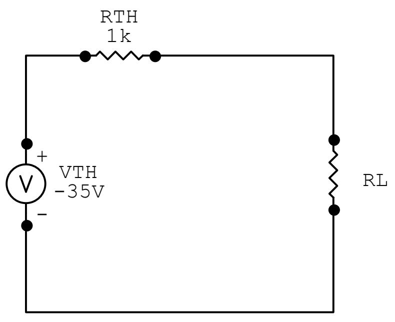
El voltaje entre el nodo 1 y el nodo de referencia está dado por:

$$30 + 2000(-0.0125) = 5\ V$$

Entonces el voltaje de circuito abierto V_{OC} está dado por:

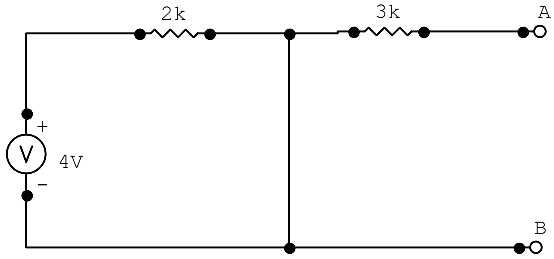
$-40 + 5 = -35\ V$ (Medidos de a hasta b).

Por lo tanto el equivalente de Thévenin es:

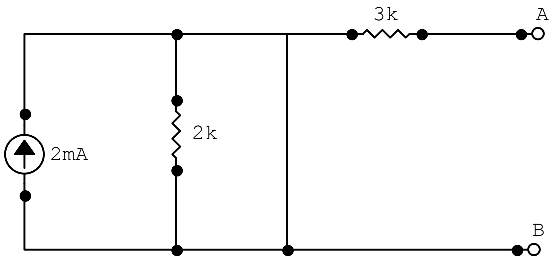


Ejemplo 2: "Teorema de Thévenin circuito con fuentes independientes y fuentes dependientes".

"Determine el equivalente de Thévenin para el circuito mostrado en la figura, visto desde las terminales A-B"



1. Como no se pueden suprimir las fuentes independientes será necesario calcular el voltaje de circuito abierto. Una opción para simplificar la tarea es transformar la fuente de tensión con la resistencia de 2 K en serie:



De donde el voltaje del nodo superior está dado por la ecuación:

$$0.002 - \frac{v_1}{2000} + \frac{v_x}{4000} = 0$$

como $V_{OC}=v_x=v_1$: resulta:

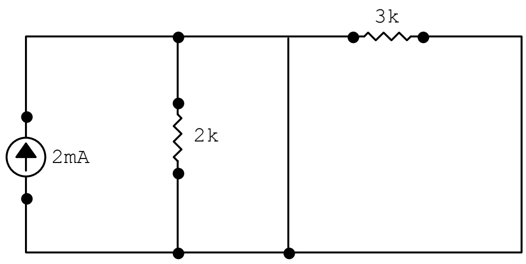
$$0.002 - \frac{v_1}{2000} + \frac{v_1}{4000} = 0 \quad ó \quad 8 - 2v_1 + v_1 = 0$$

de donde:

$$-v_1 = -8 \quad \therefore v_1 = 8$$

es decir $V_{OC}=8$

2. Se debe calcular también la corriente de corto circuito I_{SC}, para ello se cortocircuitan las terminales A-B.



Resolviendo por nodos:

$$0.002 - \frac{v_1}{2000} + \frac{v_x}{4000} - \frac{v_1}{3000} = 0$$

como V_{OC}=vx=v_1: resulta:

$$0.002 - \frac{v_1}{2000} + \frac{v_1}{4000} - \frac{v_1}{3000} = 0 \quad ó \quad 24 - 6v_1 + 3v_1 - 4v_1 = 0$$

de donde:

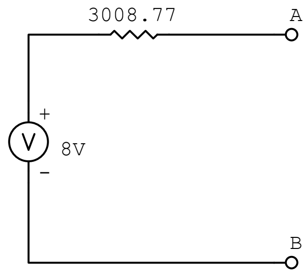
$$-7v_1 = -24 \quad \therefore v_1 = \frac{24}{7} \approx 3.43\,V$$

es decir:

$$I_{SC} = \frac{3.43}{3000} = 1.14 \times 10^{-3}\ A$$

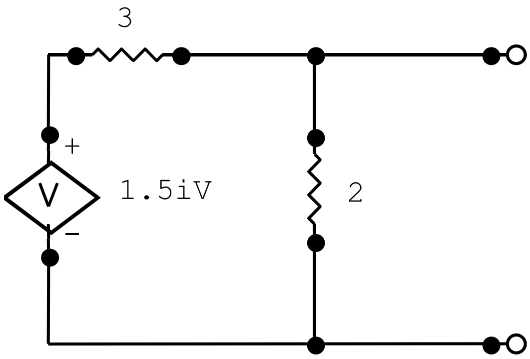
3. y finalmente…

$$R_{TH} = \frac{V_{OC}}{I_{SC}} = \frac{3.43}{1.14 \times 10^{-3}} = 3008.77\Omega$$

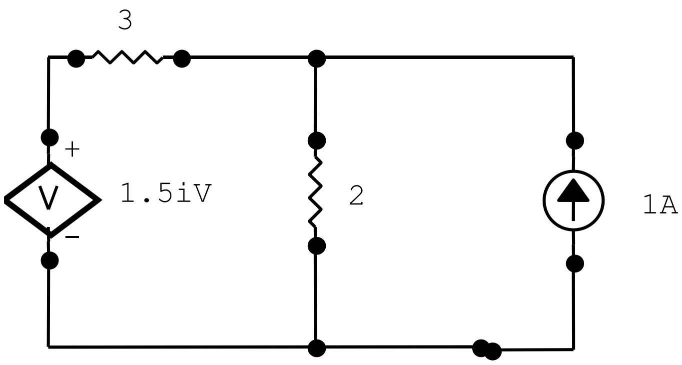


Ejemplo 3: "Teorema de Thévenin circuito sin fuentes independientes"

"Determine el equivalente de Thévenin para el circuito mostrado en la figura, visto desde las terminales"



Colocando una fuente de corriente de 1 A. En las terminales A – B:



Resolviendo mediante el análisis de un nodo:

$$-\frac{v_{prueba}-1.5i}{3}-\frac{v_{prueba}}{2}+1=0$$

como $i=-1 \quad A$:

$$\frac{v_{prueba}-1.5(-1)}{3}+\frac{v_{prueba}}{2}=1$$

de donde: $v_{prueba}=0.6 \quad V$

$$\therefore \quad R_{TH}=\frac{v_{prueba}}{i_{prueba}}=\frac{0.6}{1}=0.6 \quad \Omega$$

entonces:

Ejercicios por realizar:

**** H. Hayt, William
Análisis de circuitos en ingeniería
Sexta edición
McGraw Hill
Páginas: 150, 151, 152,153 y 154
Problemas: 31, 33, 41

31. a) Determine el equivalente de Thévenin en las terminales a y b para la red de la figura 5.70 ¿Cuánta potencia se suministraría a un resistor conectado entre a y b si R_{ab} es iguala: b) 50 Ω;. c) 12.5 Ω

33. Determine el equivalente de Thévenin de la red de la figura 5.72 según se observa desde las terminales a) xx’; b) yy’

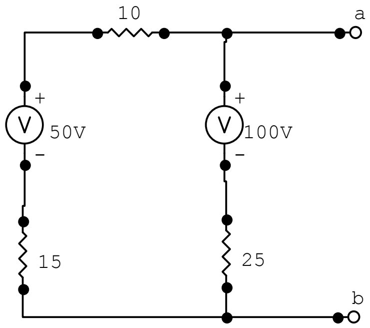


Fig. 5.70

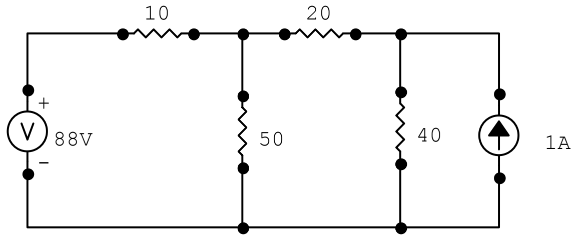


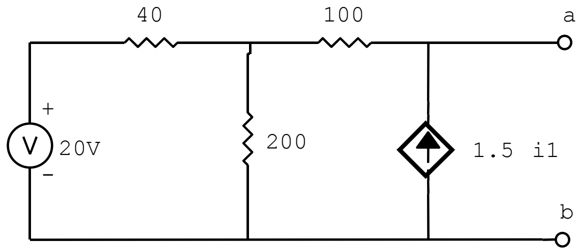
Fig. 5.72

Saber Hacer en la practica (2 hrs.)

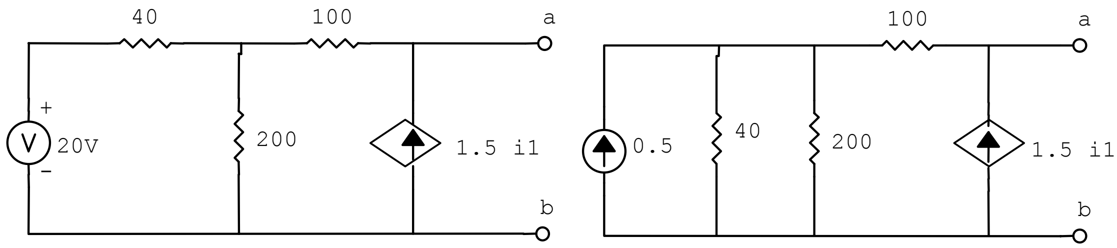
Resolver circuitos resistivos utilizando el teorema de Norton

Ejemplo 4: "Teorema de Norton, circuito sin fuentes independientes"

"Determine el equivalente de Norton para el circuito mostrado en la figura, visto desde las terminales a-b"



Calculando V_{OC}



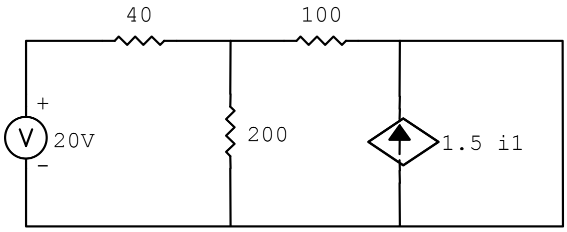
Figuras del circuito transformando la fuente de voltaje a su equivalente de corriente.

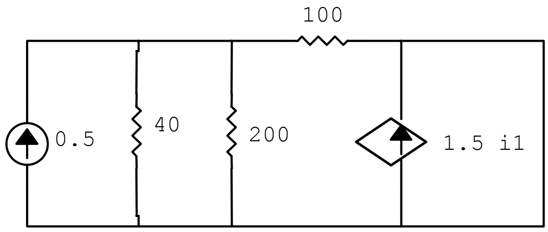
Resolviendo el circuito mediante el análisis de nodos:

Nodo1; $0.5-\frac{v_1}{40}-\frac{v_1}{200}-\frac{v_1-v_2}{100}=0$ $\qquad -0.04\,v_1+0.01v_2=0.5$

Nodo2; $\frac{v_1-v_2}{100}+1.5\,i_1=0$ $\qquad i_1=\frac{v_1}{200}\quad\therefore$ $\qquad 0.0175v_1-0.01v_2=0$

v_1=-22.2222 v_2=-38.8888=V_{OC}

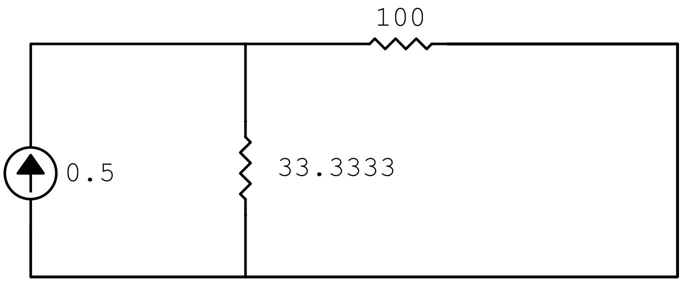




Figuras del circuito cortocircuitando las terminales a-b y transformando la fuente de voltaje a su equivalente de corriente.

Calculando la corriente de corto circuito se puede observar que la fuente de 0.5 A suministra corriente al paralelo de 40 y 200; y a la resistencia de 100, ésta última es la corriente que fluirá por el corto circuito, ya que la fuente de corriente de 1.5 i_1 A estará eliminada (c0nectada a un mismo punto).

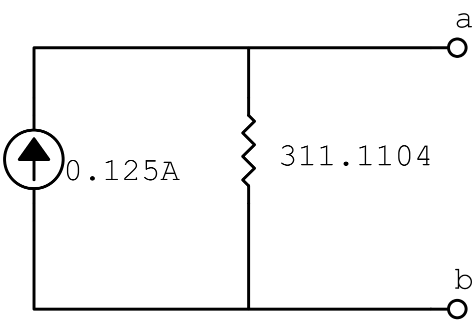
Entonces:



$$\therefore \quad i_{SC} = 0.5 * \frac{33.3333}{33.3333 + 100} = 0.125\ A$$

$$\therefore \quad R_{TH} = \frac{v_{OC}}{i_{SC}} = \frac{38.8888}{0.125} = 311.1104\ \Omega$$

Por lo tanto, el equivalente de Norton es:



Equivalente de Norton

Ejercicios por realizar:

**** H. Hayt, William
Análisis de circuitos en ingeniería
Sexta edición
McGraw Hill
Páginas: 150, 151, 152,153 y 154
Problemas: 35, 37, 41

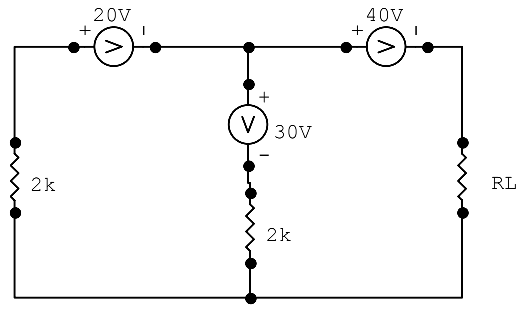
Saber Hacer en la practica (2 hrs.)

Resolver circuitos resistivos utilizando el teorema de Máxima Transferencia de Potencia

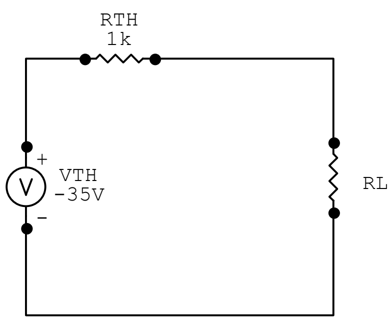
Ejemplo 4: "Teorema de Máxima Transferencia de Potencia"

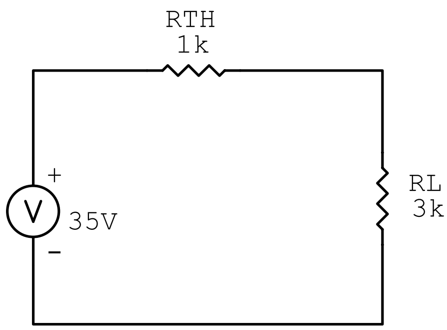
"Determine para el circuito mostrado en la figura:

a) *Si R_L=3 k, la potencia que recibe.*
b) *La potencia máxima que se puede suministrar a cualquier R_L.*
c) *Los valores de R_L para los cuales la potencia es 20mW*



Para facilitar el análisis se substituirá todo el circuito excepto la resistencia de carga RL por su equivalente de Thévenin (se determinó en el ejemplo 1).

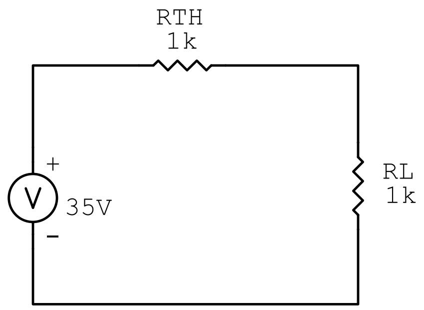




De esta forma si R_L=3000 ohms, tenemos que:

$$i = \frac{35}{4000} = 0.00875\ A \quad ; \qquad \therefore \quad p = 0.00875^2 * 3000 = 0.2297\ W$$

Para transferir la máxima potencia a la carga, se debería tener una resistencia de 1000 ohms, en cuyo caso:



$\therefore \quad i = \dfrac{35}{2000} = 0.0175 \quad A$; y la potencia máxima: $p = 0.0175^2 * 1000 = 0.30625\,W$

Si se desea que se suministre una potencia de 20 mW=0.02 W, las ecuaciones de la corriente y la potencia serán:

$i = \dfrac{35}{1000 + R_L}$; $\qquad 0.020 = \left(\dfrac{35}{1000 + R_L}\right)^2 * R_L = \dfrac{35^2 R_L}{{R_L}^2 + 2000R_L + 10^6}$

$\therefore \quad 0.020{R_L}^2 + 40R_L + 20000 = 1225R_L \qquad 0.02{R_L}^2 + 1185R_L + 20000 = 0$

de donde: $R_L = -16.88 \quad ; y \quad R_L = -59233$; como las resistencias no tienen asignados valores negativos:

R_{L1}=16.88; y R_{L2}=59233

Ejercicios por realizar:

Ejercicios por realizar:

**** H. Hayt, William
Análisis de circuitos en ingeniería
Sexta edición
McGraw Hill
Páginas: 150, 151, 152,153 y 154
Problemas: 47, 49

Saber Hacer en la practica (2 hrs.)

Resolver circuitos resistivos utilizando los teoremas de Thévenin, Norton y Máxima Transferencia de Potencia mediante software gráfico.