

ANÁLISIS DE LA EXCLUSIÓN DEL SABER LOGARITMOS EN EL SISTEMA EDUCATIVO NACIONAL (MÉXICO)

José Eduardo Flores Ortega
Instituto Politécnico Nacional. ESIME Zacatenco
jefo_1964@yahoo.com.mx

Ignacio Carvajal Mariscal
Instituto Politécnico Nacional. SEPI-ESIME Zacatenco
icarvajal@ipn.mx

Román Bravo Cadena
Centro de Investigación en Materiales Avanzados. S.C.
romanbravoc@yahoo.com.mx

María de Lourdes Pérez Ruiz
Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo.
per_malu@yahoo.com.mx

ABSTRACT

This article contains a study to find the causes of the deficiencies of knowledge logarithms in college students in México; conducting an analysis of the elements required for knowledge logarithms, and which of these elements appear in the level study plans secondary, and higher education. Was developed a logic model, followed by another on the basis of the study plans and make the comparison of the model with actual results from the analysis made over assessments to students of different levels. Theoretical results obtained from the model indicate that the current study plans, will reach 10% maximum of the knowledge necessary for the understanding and use of logarithms, a fact corroborated by the 6.8% obtained in surveys conducted in a sample of college students.

Palabras y frases claves: Logaritmos, exponencial, modelado matemático, saberes matemáticos, modelo lógico, curva del olvido, teoría constructivista, programas de estudio

Cuando en el curso de la Historia y a través del tiempo, se ha observado de manera recurrente que los estudiantes de nivel superior tienen escasos o nulos conocimientos matemáticos, situación que

provoca altos índices de reprobación, sobre todo, en las asignaturas relacionadas con matemáticas avanzadas. La falta de los conocimientos matemáticos se va agudizando en los estudiantes universitarios,

por lo que es necesario investigar este problema, sin embargo, investigar todos los temas que abarcan las matemáticas sería demasiado extenso, razón por la cual, el problema se acota únicamente al tema de Logaritmos y su aparición en los programas de matemáticas de los niveles medio básico, medio superior y superior.

Si los saberes logaritmos no son incorporados a la estructura cognitiva como un objeto matemático, se convierten en un obstáculo epistemológico (Bachelard, 1938) para el aprendizaje de matemáticas avanzadas y su aplicación.

Así, el problema consiste en investigar que ha ocurrido con los saberes acerca de los logaritmos dentro del currículum de educación media básica, media superior y superior, de manera que se realiza un modelo lógico coherente, basado en la teoría constructivista de Piaget, y se analizan los programas de estudio para tener un modelo del sistema educativo vigente que pueda explicar que ocurre con ésta, cada vez más

evidente, carencia de conocimientos sobre logaritmos.

Como último procedimiento se realizan pruebas de campo a estudiantes de los tres niveles educativos en México (media básica, media superior y superior). Los resultados de las encuestas son comparados con el modelo teórico planteado.

2. ESTABLECIMIENTO DEL MODELO

Se determinan los conocimientos requeridos para comprender el concepto de logaritmo y exponentes, y se estructura un mapa mental. Ver figura. 1

De acuerdo a la teoría constructivista y basados en el mapa conceptual de la Figura. 1, es posible estructurar la sucesión del conocimiento de manera ascendente y progresiva en el tiempo, a partir del nivel de educación media básica. Ver Tabla 1. Esta forma se repite para los niveles medio superior y superior.

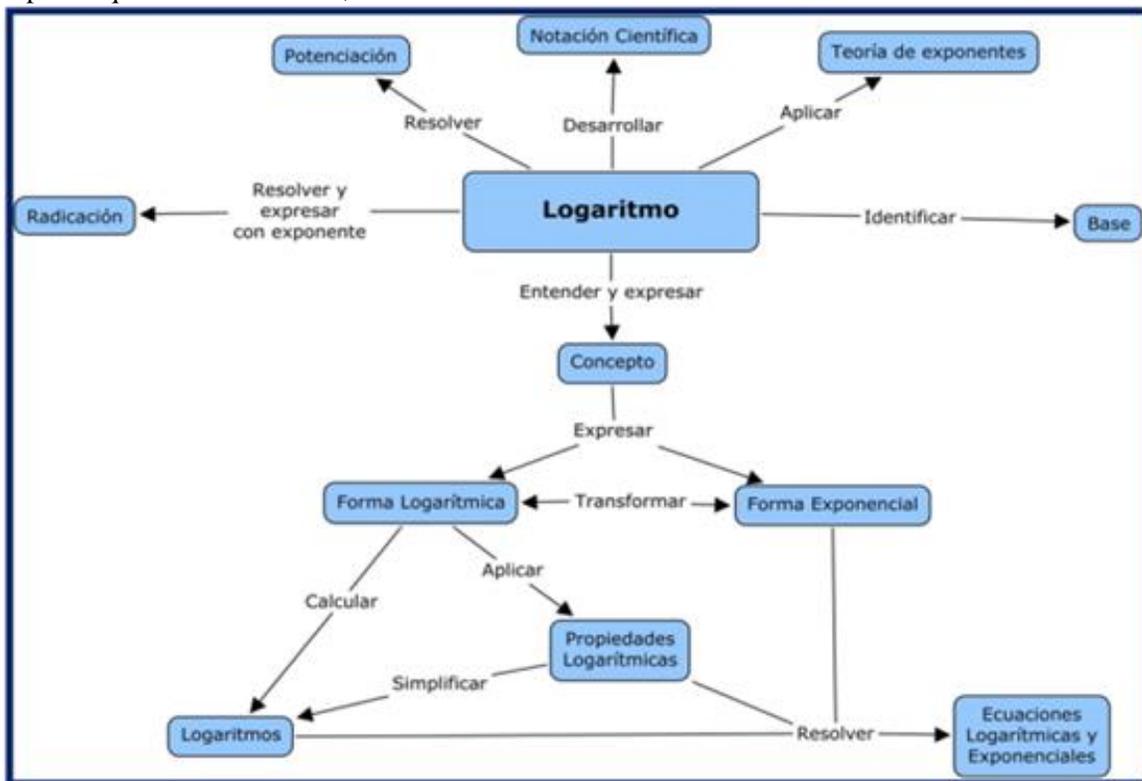


Figura 1 Mapa conceptual de logaritmo y exponencial

Tabla 1. Sucesión de elementos requeridos para comprender el logaritmo y la exponencial.

Orden	Elementos
10	Solución de problemas
9	Propiedades
8	Cálculos
7	Formas exponencial y logarítmica
6	Conceptos de Logaritmos y Exponentes
5	Radicación
4	Notación científica
3	Teoría de exponentes
2	Potenciación
1	Base y exponente

Con los elementos de la Tabla 1 se construye un modelo teórico, progresivo en el tiempo y se evalúan periodos trianuales. Esto debido a que los tres niveles educativos en México tienen duración de tres años.

Ordenando los datos de acuerdo a los principios de la teoría constructivista, se obtiene una secuencia lineal. En adelante constituirá el Modelo Lógico (Ec. 1).

$$f(x)=x \tag{Ec. 1}$$

En la Figura 2 se representa esta función:

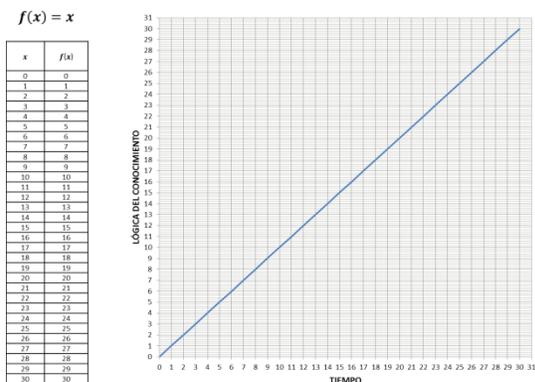


Figura 2 Representación de modelo lógico.

En cada nivel educativo se expresa el avance del programa de estudios, en cantidades que van del uno al diez (divididas de esta forma, porque se establecen diez conceptos necesarios para la comprensión de los logaritmos), sin embargo, se colocan en secuencia para representar un total de treinta unidades en el eje de las ordenadas (el aprendizaje de un concepto depende del anterior). De igual manera se forma el eje de las abscisas, que representara el tiempo contemplado, desde el nivel medio básico hasta el nivel superior, sumando un total de nueve años. Se representan cada 3 años con 10 unidades para obtener una función lineal. En el transcurso de nueve años el saber logaritmos deberá de ser comprendido en su totalidad.

3. MODELANDO LOS PROGRAMAS DE ESTUDIO.

De acuerdo al modelo de la lógica propuesta (en adelante lógica matemática o simplemente lógica), se analiza la información contenida en los programas de estudio en vigencia hasta el día de hoy. Enseguida se obtiene la función según la línea lógica del conocimiento y se construye la Ec 2, con su respectiva gráfica, como se observa en la Figura 3. Esta línea presenta discontinuidades, esto debido a que los temas correspondientes a los conocimientos no se encuentran contenidos en los programas de estudio analizados.

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 4 \\ x & 10 \leq x \leq 14 \\ x & 17 \leq x \leq 20 \\ x & 29 \leq x \leq 30 \end{cases} \tag{Ec. 2}$$

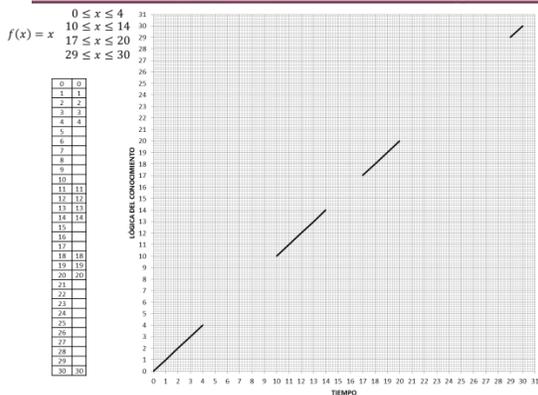


Figura 3. Conocimientos contenidos en los programas de estudio.

Debido a esta situación de discontinuidad, se procede a realizar el trazado de la gráfica. Ajustando los valores de la ordenada, se eliminan los espacios sin valor, (colocando una recta horizontal donde no hubo conocimiento) y se sustituyen con rectas de pendientes cero, para obtener una función continua. Lo anterior, debido a que el conocimiento en estas secciones no se incrementa. Ver figura 4

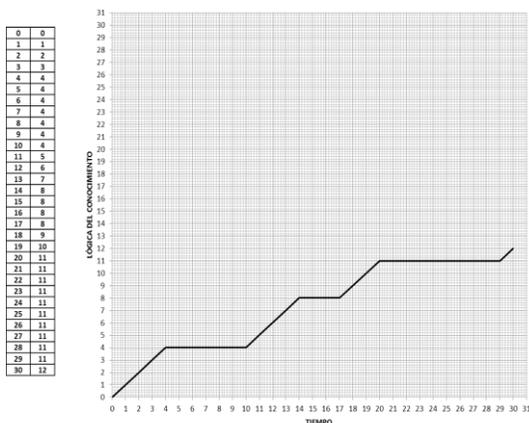


Figura 4. Función Continua de los Conocimientos contenidos en los programas de estudio.

Ahora, a partir del análisis de las funciones encontradas en las Figuras 2 y 4, se promedia cada valor, para obtener la función que representa la evolución del aprendizaje a lo largo de los nueve años de vida escolar (desde secundaria asta universidad). La nueva función constituirá el modelo de aprendizaje de los logaritmos en el sistema educativo mexicano (Ver Figura 5).

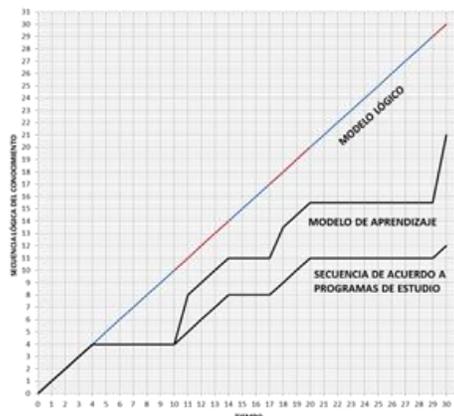


Figura 5 Grafica resultante del análisis de planes de estudio en comparativa con la lógica.

Al obtener las pendientes de las rectas que forman la gráfica resultante, se puede expresar la función como:

$$\frac{df(x)}{dx} = \begin{cases} 1 \\ 0 \\ 4 \\ 3 \\ 0 \\ 2.5 \\ 2 \\ 0 \\ 5.5 \end{cases} \quad (\text{Ec } 3)$$

Resolviendo,

$$df(x) = 1dx + 0dx + 4dx + 3dx + 0dx + 2.5dx + 2dx + 0dx + 5.5dx \quad (\text{Ec.4})$$

esto es:

$$f(x) = x + c_1 + C_2 + 4x + c_3 + 3x + c_4 + c_5 + 2.5x + c_6 + 2x + c_7 + c_8 + 5.5x + c_9 \quad (\text{Ec. } 5)$$

Obtenida la función (Ec. 6), se determinan las constantes, que serán calculadas a partir de las pendientes de las rectas que conforman la función representada por en la Figura 4, que es la función final ((Ec 7), Figura 6).

$$f(x) = \begin{cases} x + c_1 & c_1 = 0 \\ c_2 & c_2 = 4 \\ 4x + c_3 & c_3 = -36 \\ 3x + c_4 & c_4 = -25 \\ c_5 & c_5 = 11 \\ 2.5x + c_6 & c_6 = -31.5 \\ 2x + c_7 & c_7 = -22.5 \\ c_8 & c_8 = -15.5 \\ 5.5x + c_9 & c_9 = -15.5 \end{cases} \quad (Ec. 6)$$

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 4 \\ 4 & 4 \leq x \leq 10 \\ 4x - 36 & 10 \leq x \leq 11 \\ 3x - 25 & 11 \leq x \leq 14 \\ 11 & 14 \leq x \leq 17 \\ 2.5x - 31.5 & 17 \leq x \leq 18 \\ 2x - 22.5 & 18 \leq x \leq 20 \\ 15.5 & 20 \leq x \leq 29 \\ 5.5x - 144 & 29 \leq x \leq 30 \end{cases} \quad (Ec. 7)$$

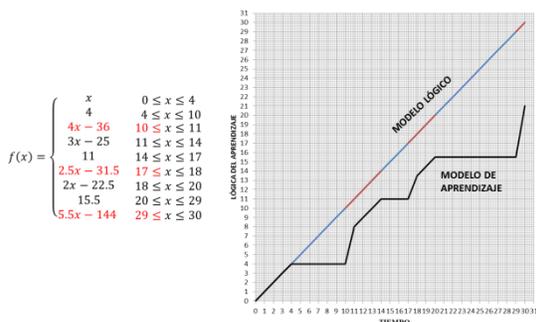


Figura 6 Ecuación y Grafica del Modelo Resultante.

4. RESULTADOS

Con el modelo obtenido para el sistema educativo nacional, se realizó el análisis del sistema durante los nueve años de vida escolar, se comparó con los resultados de las pruebas exploratorias aplicadas a los alumnos de los tres niveles educativos de la SEP (Secretaría de educación pública). La muestra de estudiantes tomada para evaluación fue de 300 estudiantes, cien para cada nivel educativo.

Los exámenes de diagnóstico contienen los elementos que el saber logarítmico requiere, se aplica un examen para cada nivel

educativo (véase ejemplo de evaluación en el anexo I y II). Los resultados obtenidos en los exámenes se muestran en las Figuras 7(a), 7(b) y 7(c).

La serie1 muestra resultado de evaluación, la serie2 muestra la media aritmética de las evaluaciones.

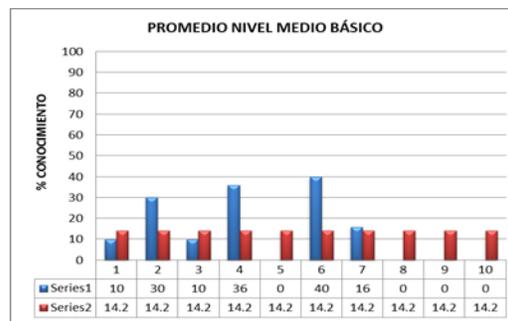


Figura 7(a) Gráfica de los resultados del Examen Aplicado a Nivel medio básico.

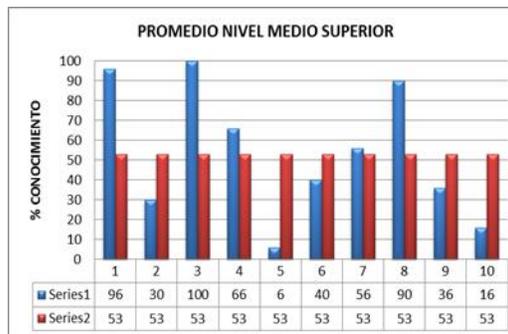


Figura 7(b). Gráfica de los resultados del Examen Aplicado a Nivel medio Superior.

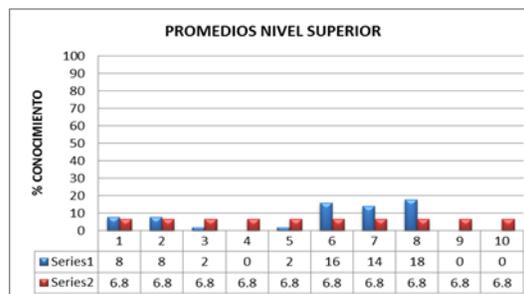


Figura 7(c). Gráfica de los resultados del Examen Aplicado a Nivel Superior.

Analizando las gráficas, se observa que el modelo propuesto para el sistema educativo es congruente con la información obtenida de las evaluaciones diagnósticas. (Ver Figura 8)

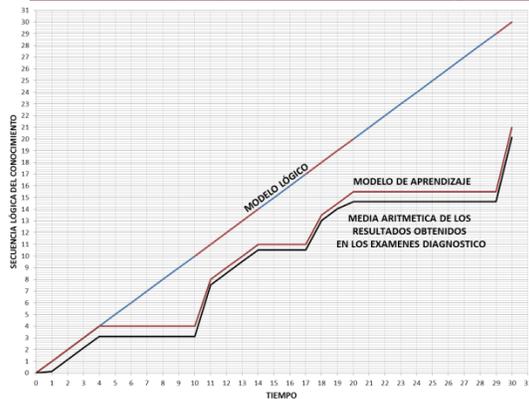


Figura 8. Análisis comparativo del modelo lógico, el modelo de aprendizaje y los resultados de las pruebas de diagnóstico.

Analizando los resultados obtenidos y el modelo propuesto, se observa que hay una disminución del conocimiento en los estudiantes encuestados de los tres niveles. Este decremento se puede atribuir, entre otros factores, a la falta de elementos en los planes de estudio y/o la falta de secuencia y al propio olvido característico en los humanos según Hermann Ebbinghaus.

Se puede observar en las gráficas de resultados, que escasamente un 6.8 % del conocimiento es aprovechado en el nivel universitario (Ver Figura 7(c)).

5. CONCLUSIONES

Realizando un análisis comparativo entre el modelo lógico del conocimiento y la secuencia de los elementos que se estudian según los planes o programas de estudio (Ver figura 5), se obtiene el modelo de aprendizaje que indica que los alumnos universitarios únicamente poseen un 10% de los saberes necesarios para la comprensión y utilización de logaritmos. En la figura 5 se observan discontinuidades, estas debidas a que los programas de estudio (según el modelo lógico), no contienen todos los elementos necesarios para el aprendizaje de los logaritmos.

Al realizar las 300 pruebas diagnósticas (100 por cada nivel educativo) que contienen

preguntas planteadas según el modelo lógico del conocimiento para cada nivel, se detectó que:

- Debido a que en el nivel de educación media básica (secundaria) el plan de estudios sólo contempla 4 elementos de los 10 necesarios para la comprensión del saber logaritmos, en la aplicación de las pruebas diagnósticas, el resultado promedio fue que los alumnos solamente adquirieron el 14.2% de los conocimientos totales que debían adquirir al concluir este nivel educativo. (Ver Figura 7(a))

- En nivel medio superior (bachillerato) se estudian 7 elementos de 10 necesarios, pero en forma desordenada, por lo que solamente se alcanza un promedio de 53% de los conocimientos que los alumnos deberían de tener en este nivel. (Ver Figura 7(b))

- Y en nivel superior solo se estudia un único nivel, el último, es decir, la aplicación, en donde se observó que los alumnos solamente cuentan en promedio con el 6.8% del conocimiento total que deberían de tener.

Se encuentra así, que la inconsistencia de los planes de estudio, aunado a la curva del olvido, natural en todos los individuos, conlleva a una disminución, todavía mayor del saber logaritmos, como es observable en la figura 8.

Finalmente, se encuentra que la causa principal de la deficiencia de los saberes logarítmicos en los estudiantes estriba en un mal diseño de los planes de estudio, que en primera instancia carecen de algunos elementos necesarios según la lógica del conocimiento, aunado a un desorden en la secuencia de enseñanza, da por resultado una falta de comprensión, y por consecuencia la nula aplicación de los logaritmos. Esta situación queda completamente comprobada por las evaluaciones realizadas a los estudiantes de los diferentes niveles del sistema educativo nacional en México.

6. REFERENCIAS

Asiala, M; Brown, A; Devries, DJ. (1996). A framework for research and curriculum development in undergraduate mathematics education, en Jim Kaput, Alan H.

Bachelard, G. (1971). Epistémologie. París, Presses Universitaires de France. Editorial Anagrama, 1989

Brousseau, G. (1997). Theory of didactical Situations. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. USA.

Carretero M. (1993). Constructivismo y Educación. Buenos Aires, Argentina. Aique.

Comisión Estatal para la Planeación y Programación de la Educación Media Superior. Colegio de Matemáticas. (2001). Proyecto piloto de articulación del sistema educativo en Ixmiquilpan Hgo. Pp. 131-170. 1ª Ed. Pachuca de Soto. México: Impresos Wema.-

García, E.. (2000) Vigotsky La construcción histórica de la psique. Editorial. Trillas. México, D.F

Piaget, J. (1999) "Development and Learning. (Desarrollo y Aprendizaje)", en: El niño: Desarrollo y proceso de construcción del conocimiento, Antología de la LE'94, UPN, México, pp. 33 – 43,

Prawda, J. (1987). "Sistema Educativo Mexicano", en Logros, inequidades y retos del futuro del Sistema Educativo Mexicano. Colec. Pedagógica Grijalbo. pp 133 – 166. México.

R. Spiegel. (2006). Manual de Fórmulas y tablas matemáticas. Serie Schaunn. Editorial Mc. Graw Hill. México

SEP. (2006). Reforma de la Educación Secundaria. Fundamentación Curricular. Matemáticas Dirección General de Desarrollo Curricular. Subsecretaría de Educación Básica de la Secretaría de Educación Pública. México.

Subsecretaria de Educación Media Superior.(2009). Reforma Integral de la Educación Media Superior. México, DF. México.

Tapia F. (2003). Historia de los logaritmos. México DF, México, de .
www.mat.uson.mx/depto./publicaiones

Treviño J. (2005). Origen y Evolución de la Educación Secundaria en México. Tamaulipas México.. de:
www.secundariasgenerales.tamaulipas.gob.mx.

UTVM. (2012). Planes de Estudio Vigentes. Copyright © Universidad Tecnológica del Valle del Mezquital. Ixmiquilpan, Hgo., México 2012. De <http://www.utvm.edu.mx/>

7. Apéndices.

Apéndice 1

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DEL VALLE DEL MEZQUITAL

Examen diagnóstico (secundaria)

Este examen es parte de una investigación de conocimientos matemáticos

Nombre: El Dorado Casula Firma: _____
 Escuela: Tecnicatura 100 Grado y Grupo: 10 Fecha: _____

RESUELVA CORRECTAMENTE:

- $3^5 \times 3 \times 3^3 = 1 \times 3 = 6561$ ✓
- $4^2 = 16$ No le entiendo ✗
- $5^4 = 625$ No le entiendo ✗
- ¿Cuál es la base en la expresión x^{10} ?
La base es (x) ✓

EXPRESA LA CANTIDAD SIGUIENTE EMPLEANDO NOTACIÓN CIENTÍFICA Y UNA CIFRA ENTERA.

- $10300 = 1.03 \times 10^4$ ✓
- $0.001000 = 1.000 \times 10^{-4}$ ✓
- Calcula $64^3 = 32$ ✗
- Desarrolla $4 \times 10^3 = 400000$ ✓
- Resuelve $(2^3)^2$ No le entiendo ✗
- Resuelve $4^2 + 4^{-10} = 1 + 1 + 4 - 2 = 10$ ✗

Apéndice II

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DEL VALLE DEL MEZQUITAL

UTVM
Universidad Tecnológica
del Valle del Mezquital
Carr. México-Expresión, Poxtlan
Tlaxiaco, Pue.

Examen diagnóstico
Este examen es parte de una investigación de conocimientos matemáticos

Nombre: <u>Juan Carlos Barrientos Duran</u>	Firma: _____
Escuela de procedencia: <u>SI.T y P1</u>	Fecha: _____
FE: <u>7</u> , <u>11</u> , <u>11</u>	Grado y Grupo: <u>7.1.1</u>

CONTES'E CORRECTAMENTE:

- Si $\log_a b = c$, entonces $a^c = b$ ($a > 0, a \neq 1$ y $b > 0$); identifica:
La potencia c El exponente b
La base a El logaritmo c
- ¿Qué base tienen los logaritmos que conoces?
- Calcule $\ln e^3 = 3$
- Cambie la expresión logarítmica $\log_{10} 100 = 2$ a una expresión exponencial
- Cambie la expresión exponencial $4^2 = 64$ a una expresión logarítmica
- Calcule $\log_2 1 = 0$
- Si $\log_a a = \log_a a$, calcule $\log_2 2 + \log_5 5 = 2$
- Resuelva $10^{(2)^{-1}} = 100000$
- Resuelva $3^{11} = 243$
- Describe brevemente para qué se usaron los logaritmos
- ¿En dónde consideras que tienen aplicación los logaritmos?
- Elabore una tabla de 5 logaritmos de base 2 donde el logaritmo sea un número entero, por ejemplo:
 $\log_2 2 = 1$